

Montceau-les Mines – 5 février 2020

Manipuler pour apprendre des mathématiques à l'école maternelle

Manipuler : pourquoi ? Comment ? Quand ?

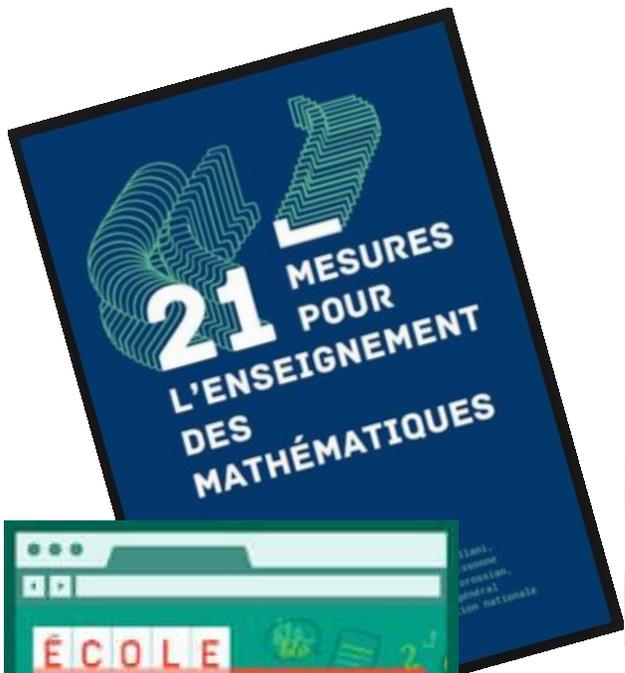
Marie-Line Gardes

Marie-line.gardes@univ-lyon1.fr

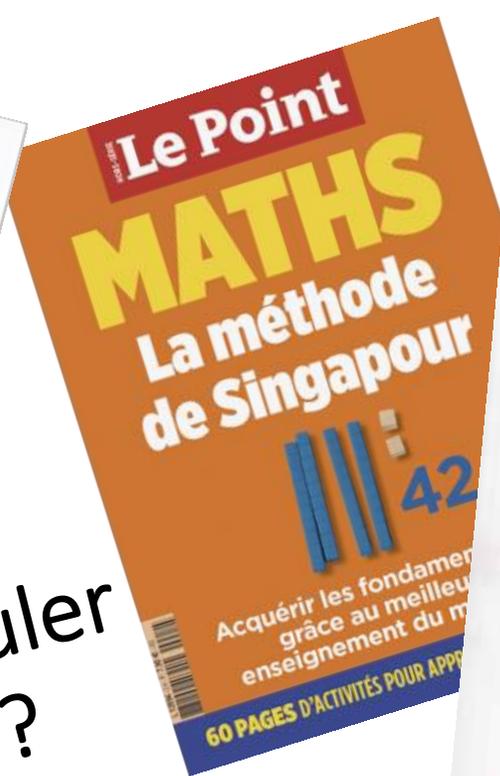
Centre de Recherche en Neurosciences de Lyon

Université de Lyon, CNRS, Inserm

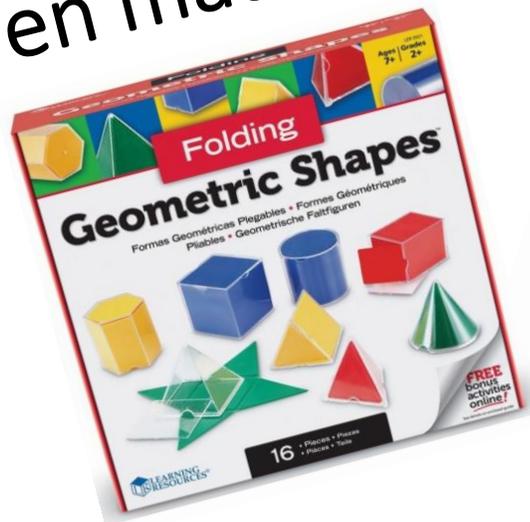




Thierry Dias
Manipuler
et expérimenter
en mathématiques



Place du corps, manipuler
en mathématiques ?



Du côté de l'histoire...



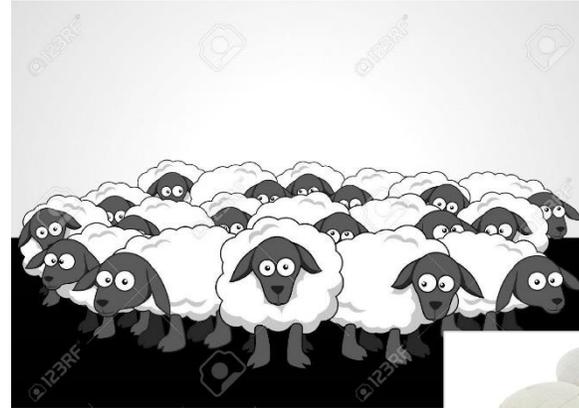
L'os d'Ishango

(Age approximatif : 23 000 ans ; lieu de la découverte : région du lac Edward, Afrique équatorial)

Faire des entailles, Représentation analogique du nombre

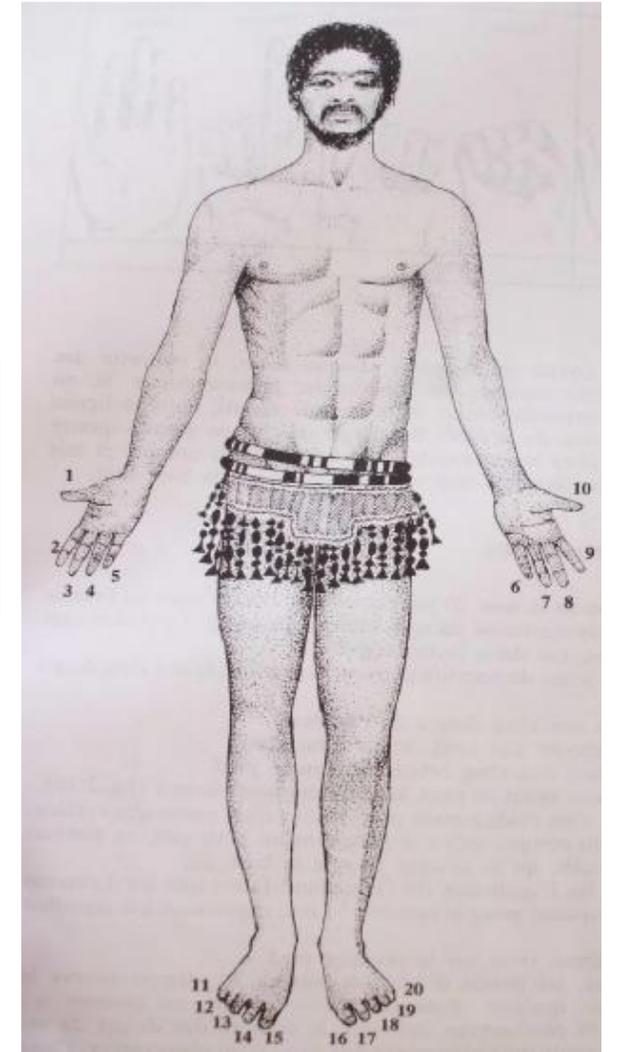
A l'origine du nombre

La correspondance terme à terme



Le « un »

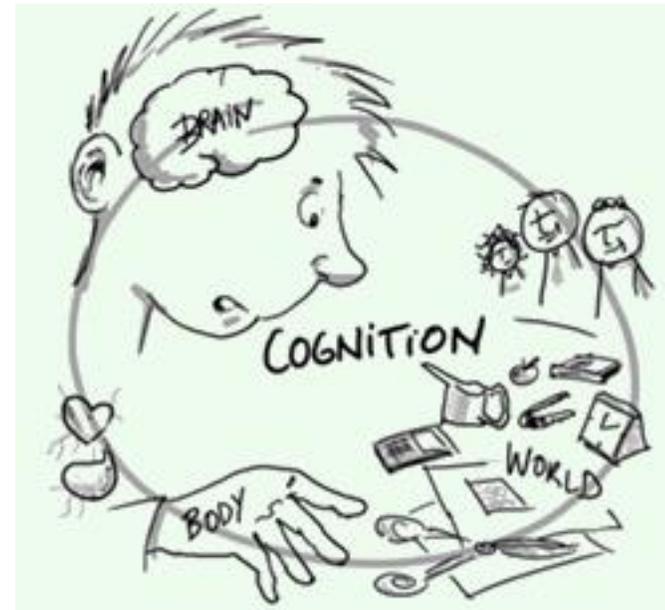
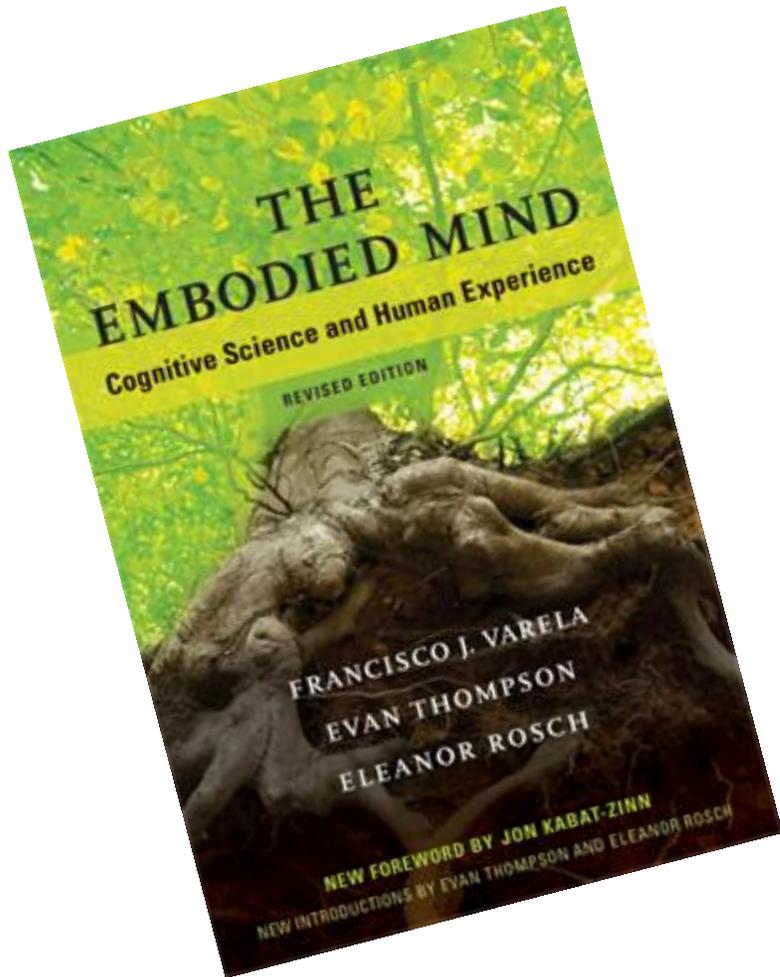
- C'est ici que naît l'idée du « un » abstrait
- Les éléments d'un ensemble se valent et peuvent être représenté par un même symbole (un trait, une croix, un rond).



Mémoire d'une position

Du côté de la cognition...

La cognition est « située » (*situated cognition*), car elle ne peut être envisagée indépendamment des situations dans lesquelles elle prend naissance, et « incarnée » (*embodied cognition*), car elle est ancrée dans le corps et émerge de ses interactions (son incarnation) avec le monde extérieur.



Du côté de la cognition...et des mathématiques

[..] *les concepts les plus généraux et les plus abstraits, en mathématiques et en physique, s'enracinent "en première instance" dans l'expérience motrice et que ce soit "le geste" qui en permette le développement en même temps qu'il permet, si abstrait soit-il lui-même devenu, l'élaboration de nouveaux concepts*

(Bailly & Longo, 2003)

Geste des déplacements
Espace - Temps

Geste de la caresse
Continu

Geste de l'itération illimité
Nombre et infini

Du côté de la cognition...et des mathématiques

- *Et le geste, en tant qu'action élémentaire, mais complexe, du vivant, est à l'origine de notre rapport à l'espace, de nos tentatives de l'organiser, de la géométrie, donc.*
- *La mémoire du geste est une toute première expérience vers une abstraction mathématique très importante.*

(Bailly & Longo, 2003)

Du côté de la cognition...et des mathématiques

La compréhension et la pensée, y compris la pensée mathématique, sont des activités percepto-motrices qui deviennent plus ou moins actives en fonction du contexte. Cela signifie que, en exploitant les composants perceptuels-moteurs, le corps devient essentiel dans les processus d'apprentissage.

Les processus d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques sont des activités multimodales...

impliquant notamment le dessin, le geste, la manipulation d'artéfacts physiques et divers types de mouvements corporels

(Nemirovsky, 2003) ; (Gallese et Lakoff, 2005)

Manipuler ?

Définitions du TLFI de **manipuler**

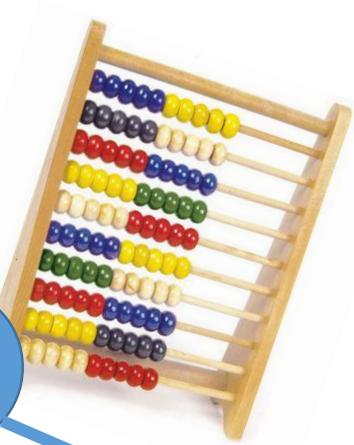
- **Action** de manipuler; **résultat** de cette action
- Exercice scolaire au cours duquel les élèves manipulent
- **Action** de toucher, tenir, transporter **avec les mains**
- **Action** de mettre en œuvre, de manœuvrer, d'utiliser



Le **T** Trésor
de la **L** Langue
F Française
i Informatisé

Plan de la conférence

Quels effets sur les apprentissages ?



1

2



4

Manipuler – Verbaliser – Abstraire

Quid de Montessori ?

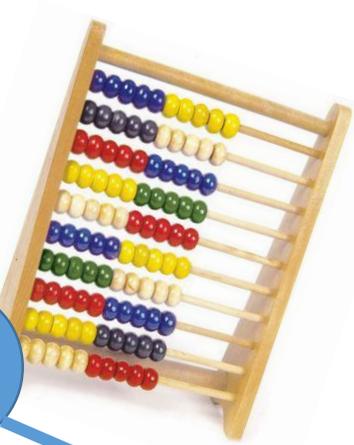
3

Comment ? Quand ?



Plan de la conférence

Quels effets sur les apprentissages ?



1

2



4

Manipuler – Verbaliser – Abstraire

Quid de Montessori ?

Comment ? Quand ?



Une situation



A deux joueurs

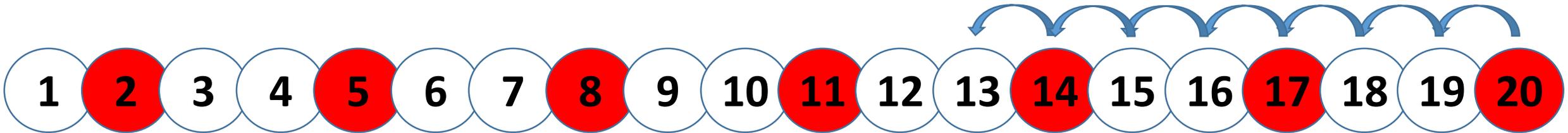
Le but du jeu est de réussir à dire **20** en ajoutant 1 ou 2 au nombre dit par l'adversaire.

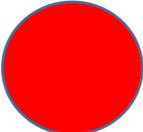
Jouez en binôme

Situation La course à 20

Jeu à stratégie gagnante

Raisonnement par
chainage arrière



 Positions gagnantes car elles empêchent l'adversaire de les atteindre

Pour gagner face à un adversaire qui connaît également le jeu, il est donc nécessaire de commencer et de prendre les jetons 2 – 5 – 8 – 11 – 14 – 17 - 20

Situation La course à 20



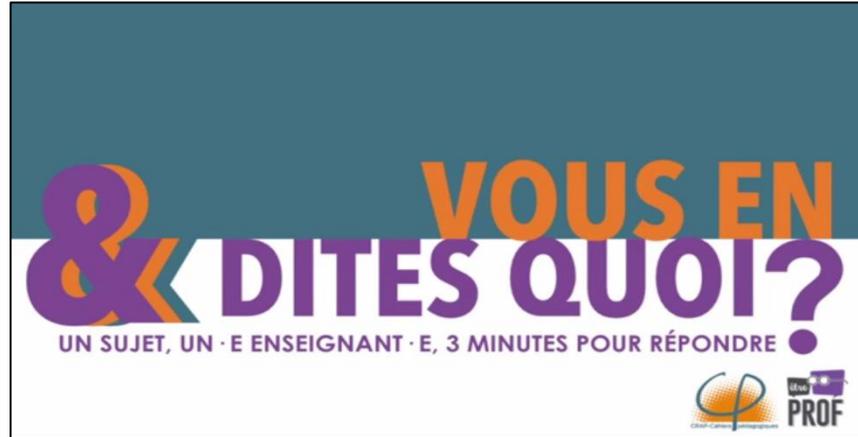
Qu'ont fait les élèves dans les deux premiers jeux ?

A quels moments ont-ils cherché une stratégie gagnante ?
Ont-ils réussi à la trouver ?

Manipuler ?

- On peut manipuler sans anticipation, sans être actif cognitivement
- Cette manipulation peut être une étape intermédiaire avant l'anticipation de la recherche d'une stratégie gagnante
 - Distinguer **manipulation passive** de la **manipulation active**

Manipuler ?



P. Eysseric

<https://www.cahiers-pedagogiques.com/La-manipulation-en-maths-oui-ou-non-Vous-en-pensez-quoi>

- Ne pas enfermer des élèves dans la manipulation
- Le matériel doit changer de statut :

De matériel pour constater, observer, il devient matériel pour valider ce qu'on est capable d'anticiper.

Retour sur la situation *La course à 20*

Comment modifier cette situation pour montrer que la manipulation n'est pas suffisante ? Pour la dépasser ?

Comment trouver une stratégie gagnante ?

A deux joueurs, avec 5929 jetons.

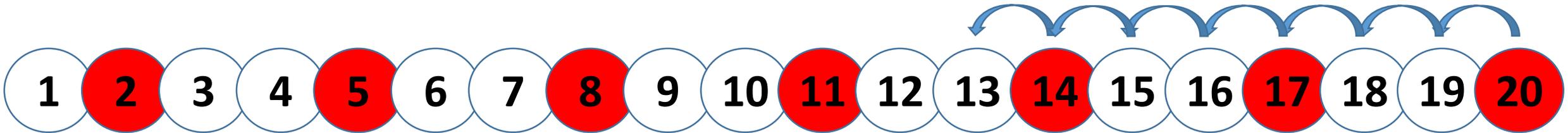
Chaque joueur peut prendre à son tour un ou deux jetons.

Le joueur qui prend le ou les derniers jetons a gagné.

Retour sur la situation **La course à 20**

Jeu à stratégie gagnante

Raisonnement par
chainage arrière



Pour gagner face à un adversaire qui connaît également le jeu, il est donc nécessaire de commencer et de prendre les jetons 2 – 5 – 8 – 11 – 14 – 17 - 20

$$20 = 3 \times 6 + 2$$

$$52929 = 3 \times 1976 + 1$$

Le reste donne le nombre de jetons à prendre en premier puis le diviseur donne le pas.

La manipulation... indispensable pour apprendre...

« Le propre de l'activité de mathématique est **d'anticiper sur l'action concrète**, [...] de **construire une solution qui va dispenser de la manipulation des objets réels**, soit parce que ces objets sont absents dans l'espace et dans le temps, soit parce qu'ils sont trop nombreux, soit parce que leur utilisation amènerait de très nombreuses manipulations coûteuses dans le temps. »



« L'activité mathématique **s'enracine dans des manipulations réelles antérieures** qui peuvent être "évoquées" mentalement ou même verbalement, mais elle se distingue de la manipulation elle-même.»

Passage à l'abstraction



Nienhuis
MONTSSORI
COPYRIGHT © WWW.MONTSSORI-SPRIT.COM - ALL RIGHTS RESERVED - IMAGE WATERMARKED

Maria **Montessori** a construit un matériel, qu'elle qualifie **d'abstractions matérialisées**, dans le sens où la matérialisation permet à l'enfant d'accéder à l'abstraction.

Abstraire : isoler mentalement une propriété d'un objet afin de la considérer pour elle-même.

Le détachement, petit à petit, du matériel = passage à l'abstraction.

Passage à l'abstraction

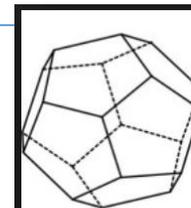
objectif principal
aider au passage **progressif** de la perception
à l'abstraction



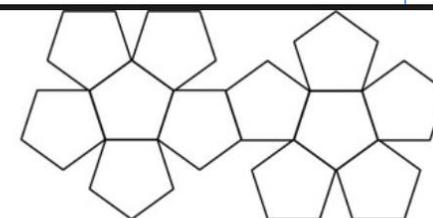
de **je vois**
de l'**objet**

à
au

je sais
concept

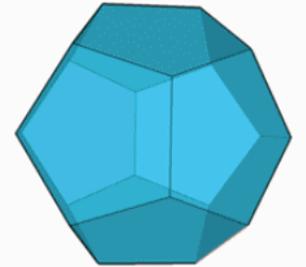


un dodécaèdre
en perspective



un développement
d'un dodécaèdre

Dodécaèdre régulier



Type	Solide platonicien
Faces	12 pentagones
Arêtes	30
Sommets	20
Faces/sommet	3
Caractéristique	2

Symbole de Schläfli	{5,3}
Symbole de Wythoff	3
Diagramme de Coxeter-Dynkin	
Dual	Icosaèdre
Groupe de symétrie	I_h
Volume	$\frac{15+7\sqrt{5}}{4} a^3$
Aire	$3\sqrt{25+10\sqrt{5}} a^2$
Angle dièdre	$\arccos(-1/\sqrt{5})$ (116,56505°)
Propriétés	Convexe, régulier

modifier



Passage à l'abstraction



Des jetons

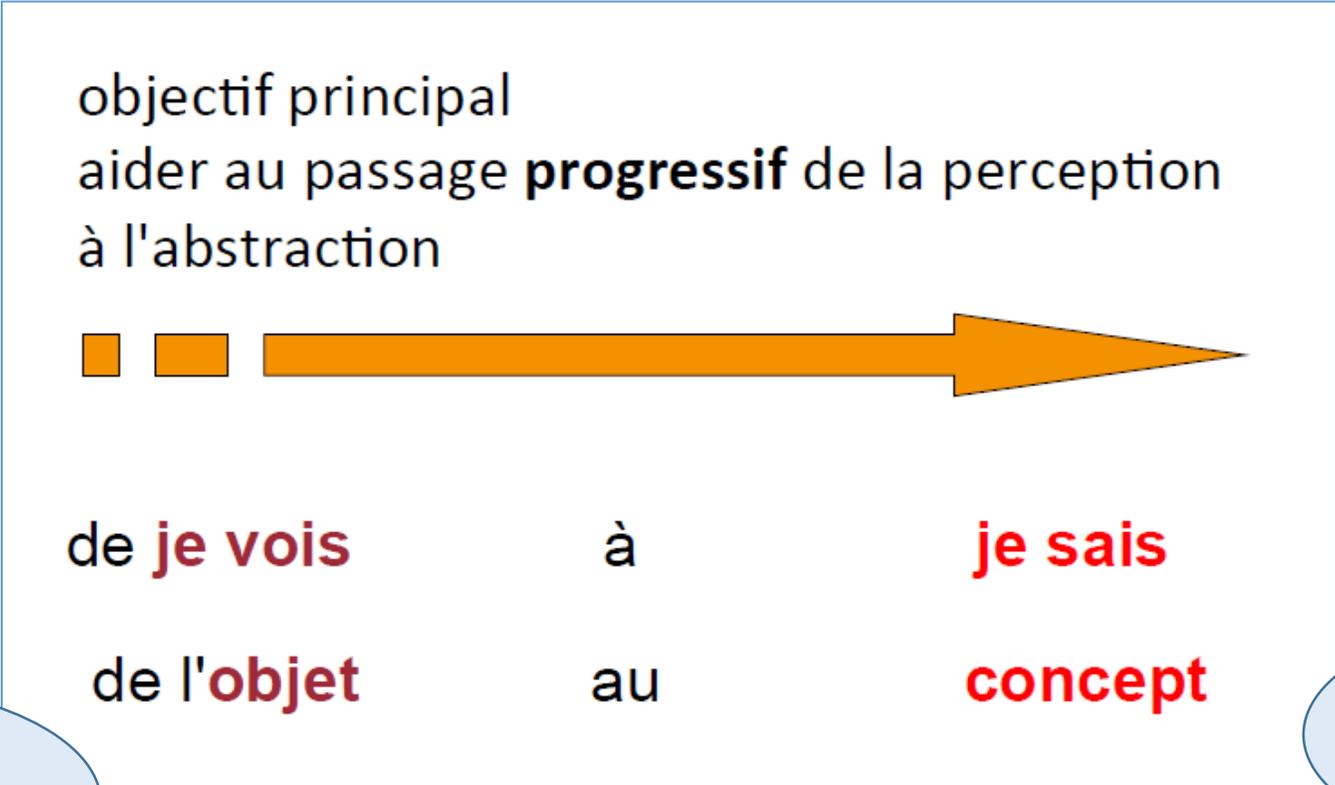
Des positions particulières

Des nombres entiers

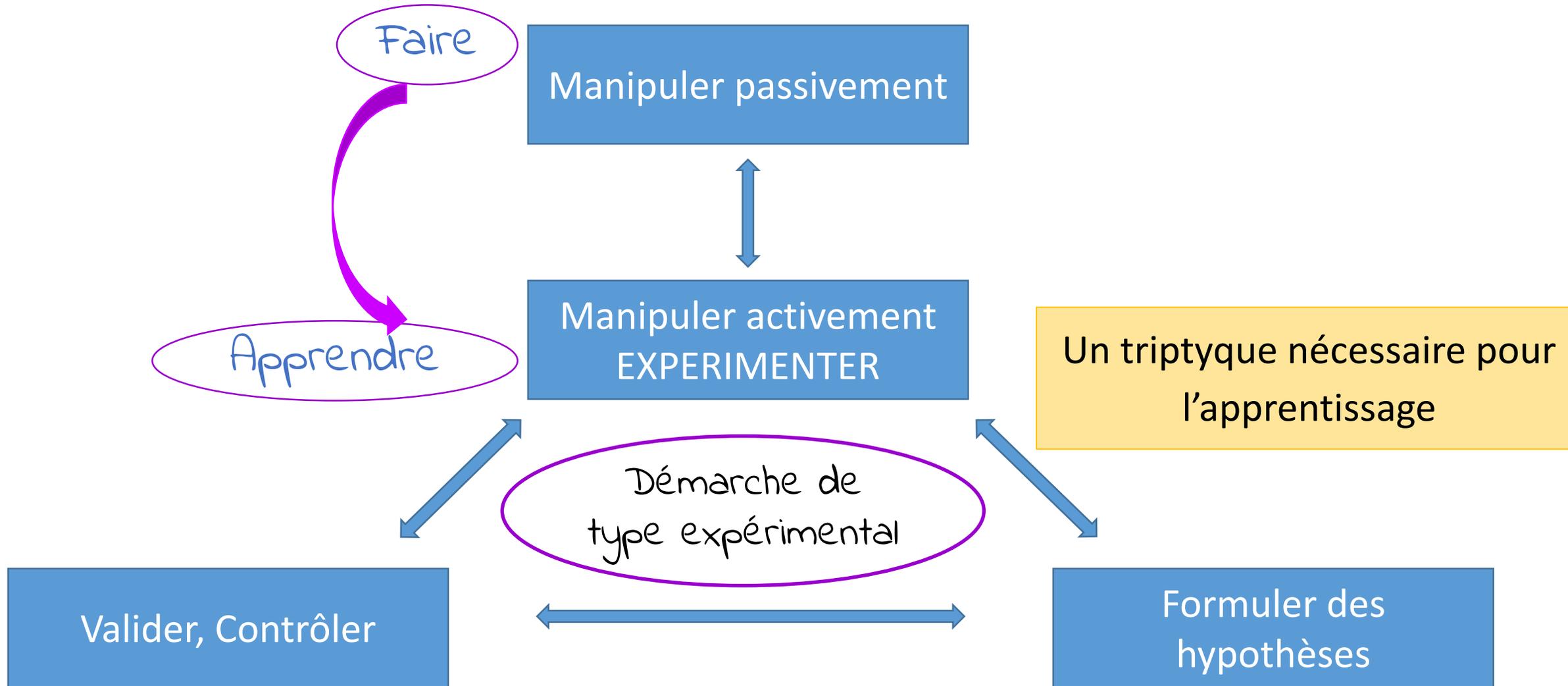
Suite de positions gagnantes

Soustraction itérée

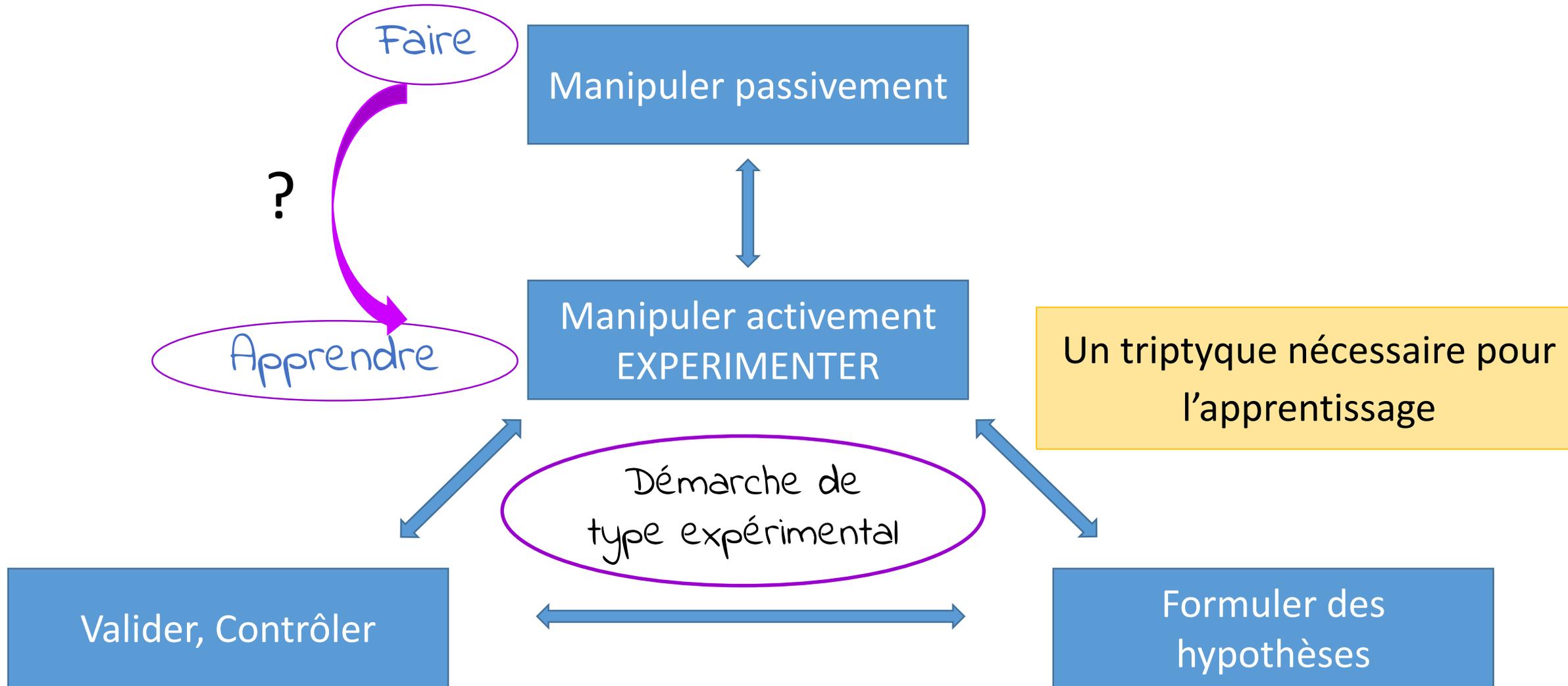
Division euclidienne



Manipuler, expérimenter, formuler, valider



Manipuler, expérimenter, formuler, valider



Des nombres entiers

Ajouter 1 ou 2 au précédent

Manipuler passivement

Jeu

Manipuler activement
EXPERIMENTER

Anticiper son « coup » pour gagner, trouver une stratégie gagnante
Ah si je fais 17, je gagne forcément

Nouveau jeu pour une validation empirique

Valider, Contrôler

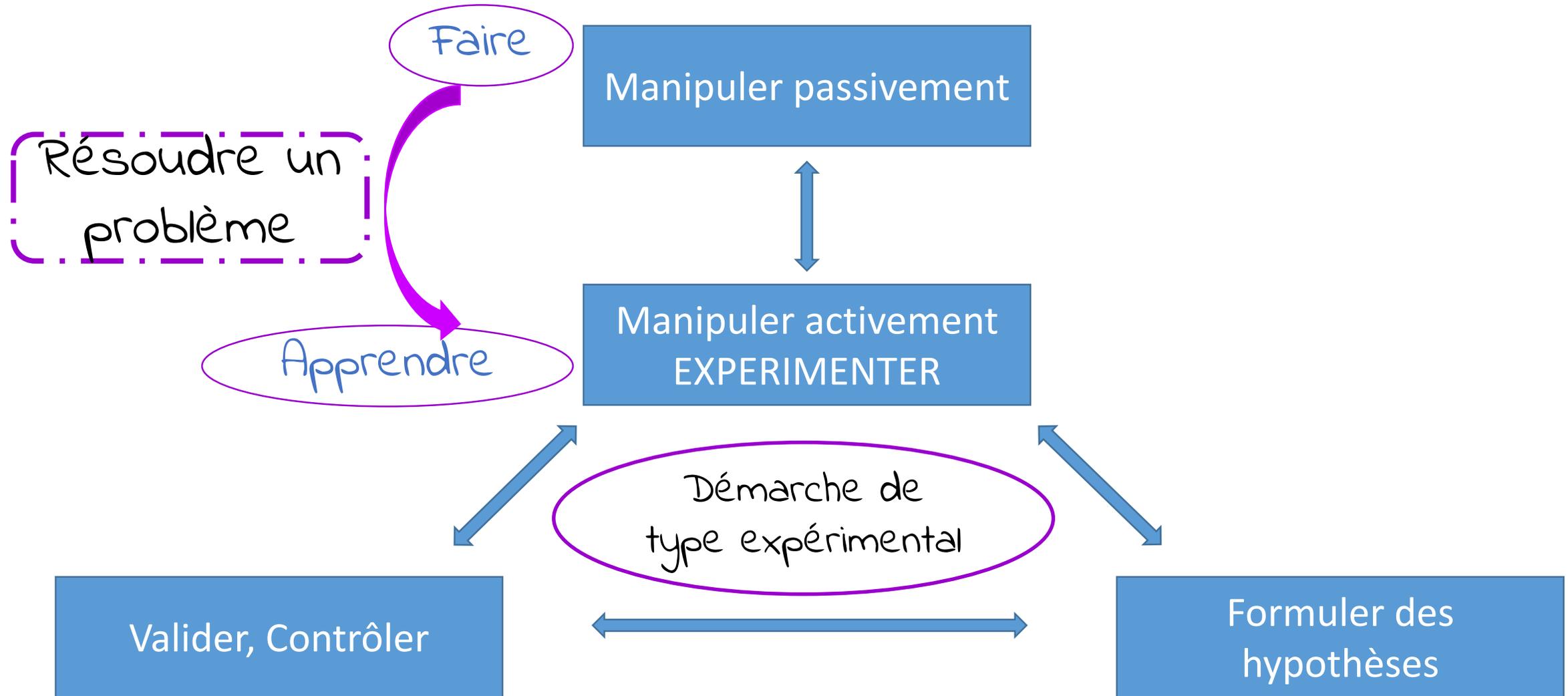
$$20 = 3 \times 6 + 2$$

Formuler des hypothèses

Division euclidienne

Il faut le laisser commencer, si je fais 17, je gagne car...

Manipuler, expérimenter, formuler, valider



Analyse d'une vidéo

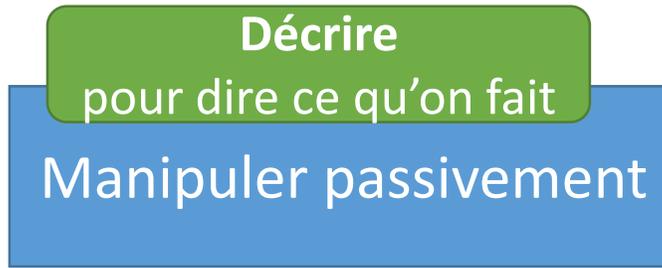
- Manipulation passive ou active ?
- Où positionner l'activité de l'élève ? Celle de l'enseignante ?
- Quels leviers peut-on apporter à l'enseignant pour faire entre l'élève dans une manipulation active ? Dans une phase de formulation ? De validation ?

<https://www.youtube.com/watch?v=fHz1fXo5E4A>



Zoom sur la verbalisation de l'élève et de l'enseignant

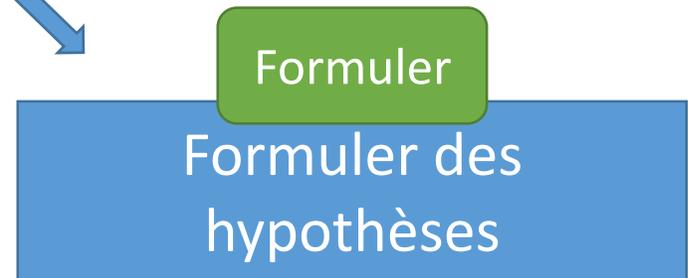
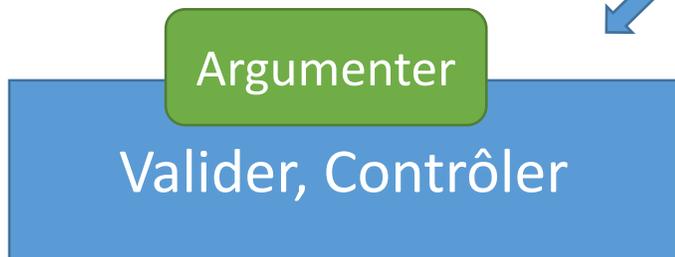
En bleu = action de l'élève
En vert = verbalisation de l'élève
En jaune = verbalisation de l'enseignant



Que fais-tu?
Où en es-tu ?

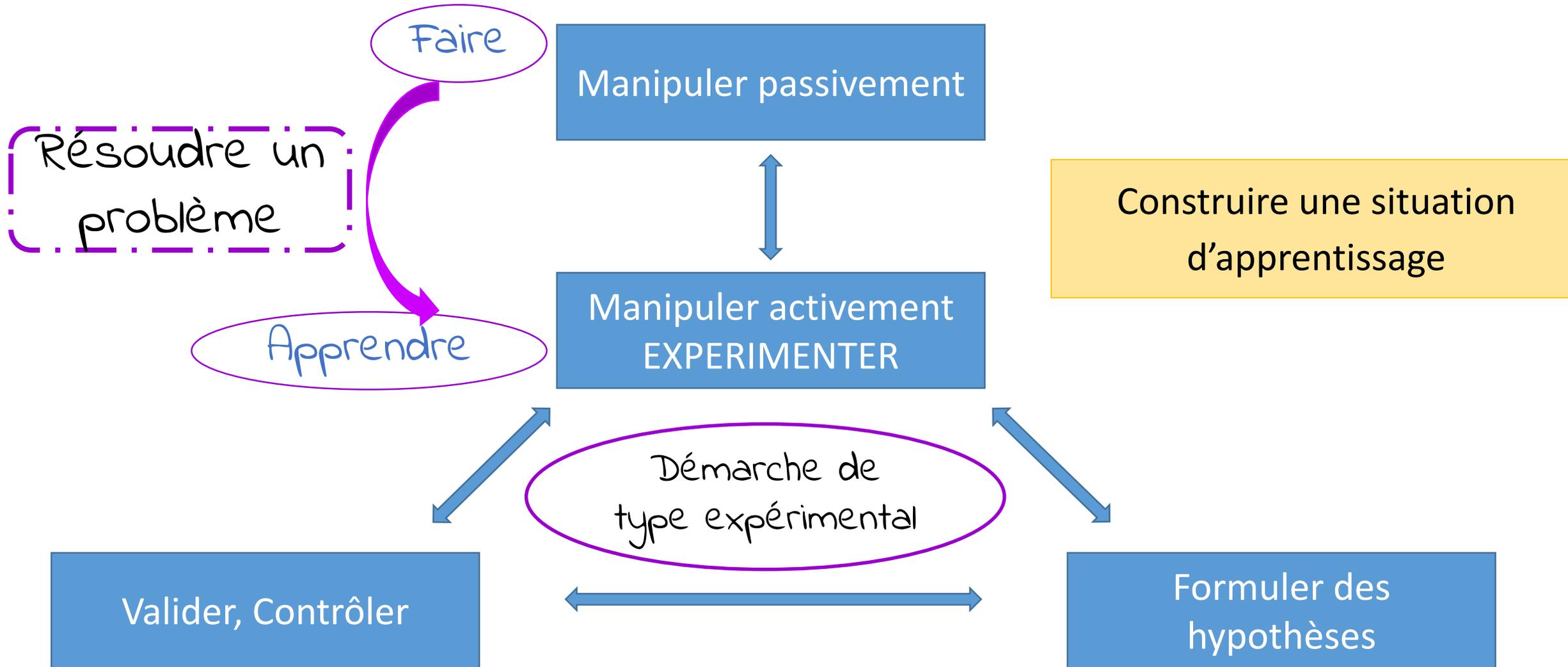


Peux-tu me dire ce qu'il se passe si... ?
Que crois-tu qu'il va se passer si... ?

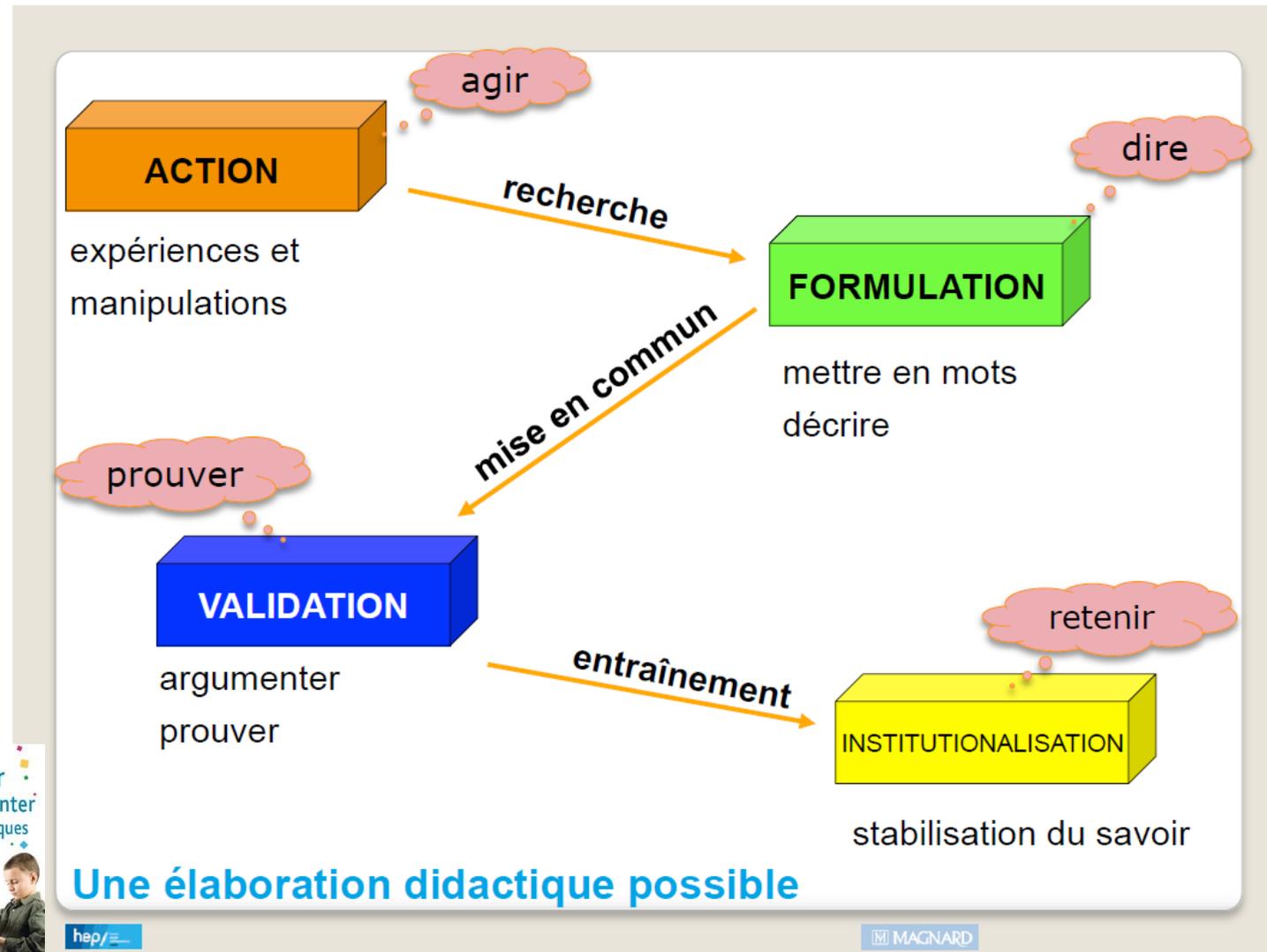


Comment le sais-tu ?
Comment peux-tu en être sûr ?

Manipuler, expérimenter, formuler, valider



Construire des situations d'apprentissage



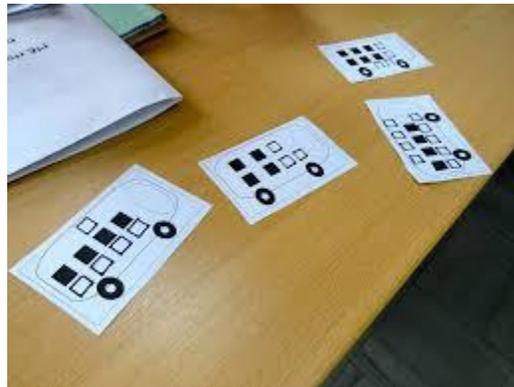
Avec évolution de la situation d'action à la situation de validation par des **contraintes** pour se détacher petit à petit du matériel et **construire des apprentissages.**

(Théorie des Situations - Brousseau)

Un exemple

Situation fondamentale du nombre cardinal

Bus / Voyageurs
Garages Voitures



Œufs et coquetiers
Lapins et carottes
Pots et pinceaux

Aller chercher **en une seule fois** une collection équipotente à une collection de référence **qui n'est plus visible** et sans que la consigne indique l'utilisation du nombre.

Un exemple



Anticipation

Phase 1

Vous devez aller chercher des voitures, juste ce qu'il faut, pas plus, pas moins, pour occuper tous les garages. Vous déposerez les voitures sur un plateau.



Eloignement dans l'espace

Phase 2

Vous devez aller chercher des voitures pour occuper tous les garages **en un seul voyage**. Juste ce qu'il faut de voitures, pas plus, pas moins. On a droit à un seul déplacement.



Communication à autrui
ORALE

Phase 3

L'enfant qui se déplace pour aller chercher les voitures ne se sert pas tout seul. Il doit s'adresser au gardien des voitures qui lui seul a le droit de prendre dans la réserve de voitures.



Communication à autrui
ECRITE

Phase 4

Aujourd'hui, vous ne vous déplacez pas, mais vous aurez un papier et un crayon et vous devez décrire un message qu'un facteur portera au gardien des voitures qui le lira et préparera les voitures.

Un exemple



Anticipation

Phase 1
 Vous devez aller chercher les voitures dans l'écran, pas moins, pas plus.
 Vous devez aller chercher tous les garages. Vous déposerez les voitures sur un plateau.

Action / Manipulation P



Phase 2
 Vous devez aller chercher les voitures dans l'écran, pas moins, pas plus. On a droit à un seul déplacement.

Action / Manipulation A

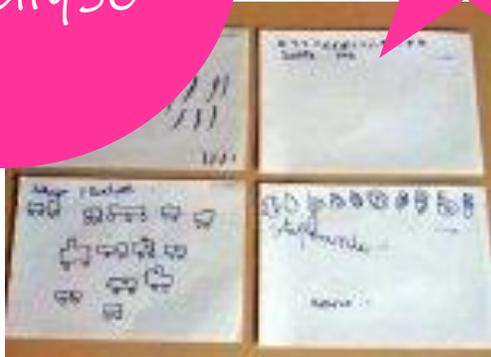
L'outil d'analyse



Communication à autrui
ORALE

Phase 3
 L'enfant qui se déplace pour aller chercher les voitures ne se sert pas de la réserve. Il doit aller chercher les voitures dans la réserve de voitures.

Formulation



Communication à autrui
ECRITE

Phase 4
 Aujourd'hui, vous ne vous déplacez pas, mais vous allez écrire un petit message que le facteur portera au gardien des voitures qui le lira et préparera les voitures.

Formulation

Points de vigilance



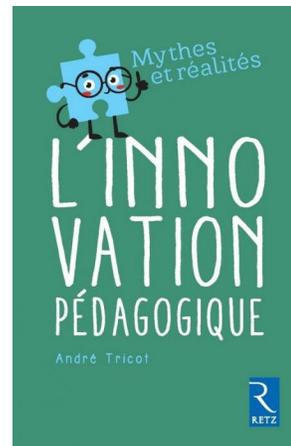
- Manipuler des objets n'est pas apprendre des mathématiques

FAIRE \neq APPRENDRE

Action au sens physique \neq activité au sens cognitif

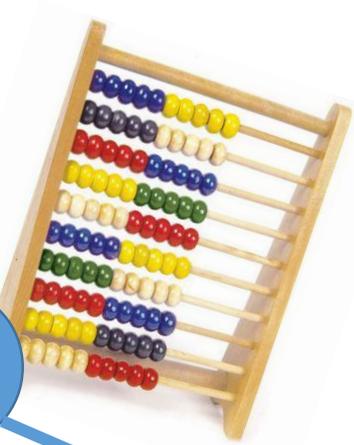
- Pour apprendre il faut être actif au sens cognitif mais pas nécessairement au sens physique
- Manipuler n'est pas un but en soi...mais un moyen d'apprendre

DONC **Il faut manipuler mais cela ne suffit pas !**



Plan de la conférence

Quels effets sur les apprentissages ?



1

2



4

Manipuler – Verbaliser – Abstraire

Quid de Montessori ?

Comment ? Quand ?



Un type de recherche particulier : méta-analyse

Combinaison de résultats d'études indépendantes sur un problème donné, selon un protocole reproductible.



Permet une analyse plus précise des données par l'augmentation du nombre de cas étudiés et de tirer une conclusion globale



Biais de publication

Des critères sur le matériel

(Carbonneau et al., 2013) ; (Laski, Jor'dan, Daoust & Murray, 2015)

Des recherches sur l'effet de la manipulation via des
« manipulatifs »

Manipulatifs = Matériel concret utilisé pour l'apprentissage de concepts mathématiques

Des résultats inconsistants

Manipulation bénéfique seulement dans certains contextes

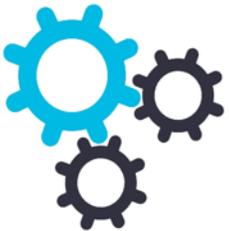
Nécessité de réfléchir à comment améliorer les pratiques

Critère 1 – Temps d'utilisation d'un matériel



Méta-analyse de Sowell (1989):

- Une exposition aux mêmes manipulatifs pendant 1 an ou plus : **des effets modérés**
- Une exposition pour une période courte : **pas de différence avec un enseignement sans manipulatif**



Les enfants réussissent mieux à identifier la relation entre un symbole et son référentiel quand ils ont de **multiples opportunités de les comparer.**

(Gick&Holyoak,1983 ; Son,Smith&Goldstone,2011)

Les théories de l'apprentissage distribué : **répétition** = meilleure compréhension de la relation entre le matériel concret et le concept abstrait (Martin, 2009)



Critère 2 – Transparence du matériel



Plus le manipulatif est similaire physiquement au concept qu'il représente, plus les enfants seront capables de comprendre la relation entre eux.

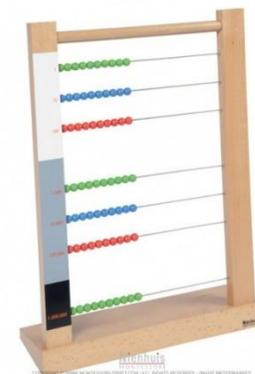
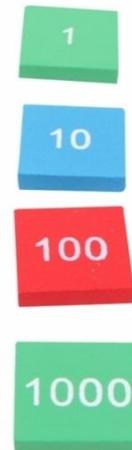
Progresser vers l'utilisation de représentations de plus en plus abstraites.

Exemple

Les jeux de plateaux et la représentation de la ligne mentale chez les enfants en maternelle

Nombre placés en ligne > nombres placés en cercle (Siegler et Ramani, 2009)

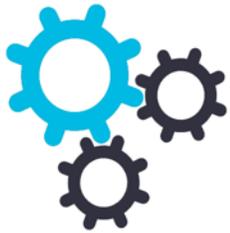
Exemple



Critère 3 – Nature du matériel



Les manipulatifs qui représentent des objets réels pourraient empêcher l'apprentissage.



Théorie de la représentation duelle

Les manipulatifs qui donnent envie de jouer avec pourraient distraire et empêcher l'enfant de faire des liens entre l'objet et le concept mathématique qu'il représente.

Les manipulatifs basiques pourraient aider l'enfant à diriger son attention vers la réflexion du lien entre objet et concept.



Exemple



Les enfants qui utilisaient des billets de banques réalistes pour résoudre des problèmes faisaient plus d'erreurs que ceux qui utilisaient des représentations plus basiques de l'argent avec des morceaux de papiers blancs où seuls les nombres étaient écrits

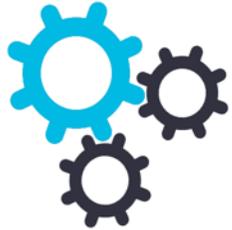
(McNeil, Uttal, Jarvin & Sternberg, 2009)

Critère 4 – Explicitation du concept



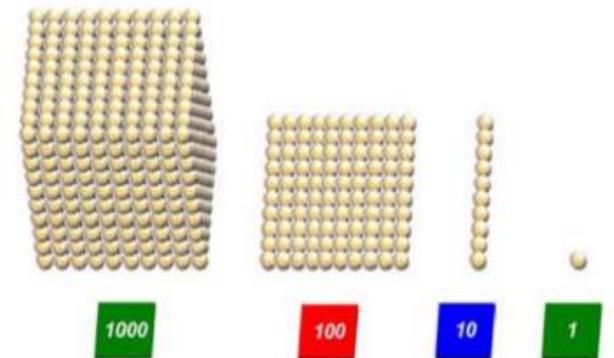
Les jeunes enfants ont du mal à extraire la signification abstraite d'un symbole sans explicitation.

La guidance de l'enseignant peut être verbale ou non verbale.



L'explicitation permet à l'enfant de diriger son attention vers les caractéristiques pertinentes du matériel (i.e. l'aspect mathématique) *(Kirschner, Sweller & Clark, 2006)*

Les études dans lesquelles l'utilisation des manipulatifs était accompagnée par un haut niveau d'aide pédagogique révélaient plus d'effets que les études avec un faible niveau *(Carbonneau et al; 2013)*



Résumé. Des critères sur le matériel

4 principes généraux d'application des manipulatifs, identifiés par les sciences cognitives, sont susceptibles de mener à un meilleur apprentissage des mathématiques.

- Utiliser le manipulatif de façon constante et sur une longue période
- Commencer par des représentations transparentes et avancer petit à petit vers des représentations plus abstraites
- Éviter les manipulatifs qui ressemblent à des objets de la vie de tous les jours ou ont des caractéristiques non pertinentes qui déconcentrent
- Expliquer la relation entre le manipulatif et le concept mathématique de façon explicite

Un exemple

Etudes de Bara et al. (2004, 2007, 2011, 2013)



Effets de l'ajout de l'exploration haptique des lettres de l'alphabet sur l'apprentissage des lettres

Groupe Contrôle

Voir et entendre les lettres

Groupe Expérimental

Voir, entendre et manipuler les lettres

Un exemple

La perception haptique

La perception haptique résulte de la stimulation de la peau provenant des mouvements actifs d'exploration de la main entrant en contact avec des objets. C'est ce qui se produit quand, par exemple, la main et les doigts suivent le contour d'un objet pour en apprécier la forme.

Une des spécificités de la perception haptique est une appréhension très séquentielle du stimulus qui charge la mémoire de travail et qui nécessite, en fin d'exploration, un travail mental d'intégration et de synthèse pour aboutir à une représentation unifiée de l'objet. En raison de ce caractère séquentiel de l'appréhension tactile, la perception haptique est beaucoup plus analytique que la perception visuelle. (Gentaz, 2013)

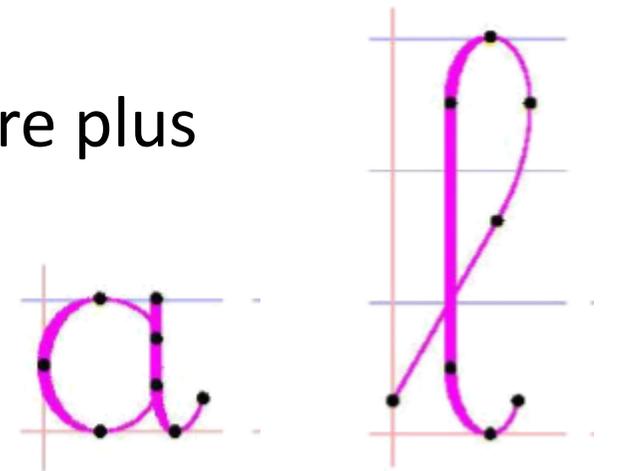
Un exemple

Résultat 1 : L'entraînement multi-sensoriel favorise la qualité de la graphie, la reconnaissance visuelle de lettres et le décodage

Explications

- Le toucher facilite le lien entre le système visuel et le système auditif
- Cela permet de traiter les lettres étudiées de manière plus séquentielle et donc plus analytiques

Limite : Un effet selon la nature de la lettre



Un exemple

Résultat 2 : La mémorisation des lettres est plus efficace quand les enfants explorent haptiquement **des lettres en reliefs**. Il n'y a pas d'effet pour **des lettres en creux**.

Un effet du type de matériel exploré

Explications

➤ **Lettres en creux** : procédure de « suivi des contours »

Une augmentation du nombre de lettres écrites dans le sens conventionnel

➤ **Lettres en relief** : procédure d' « enveloppement » suivi d'une procédure de « suivi des contours »

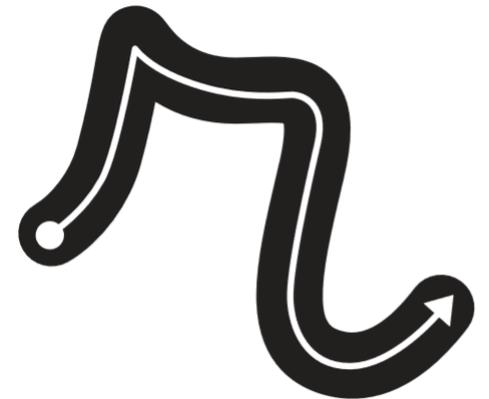
Un exemple

Résultat 3 : La mémorisation des lettres est plus efficace quand les enfants explorent haptiquement des lettres en reliefs avec une manipulation libre précédant la manipulation guidée.

Explications

La manipulation libre permet de retirer plus d'informations pour construire représentation de la lettre et son maintien en mémoire.

Un effet de la manière d'explorer les lettres



Points de vigilance



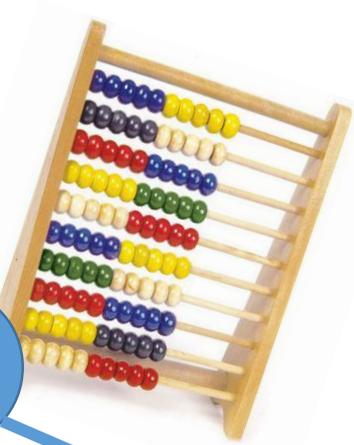
- Des recherches en cours avec des résultats variables
- Des effets potentiels :
 - Du temps d'exposition à un matériel
 - De la nature du matériel utilisé
 - Des explicitations du lien entre matériel et concept représenté
- Des questions aussi en suspens comme le choix du matériel...

Quel matériel utilise-t-on ?

Pourquoi et comment utilise-t-on tel matériel ?

Plan de la conférence

Quels effets sur les apprentissages ?



1

2



4

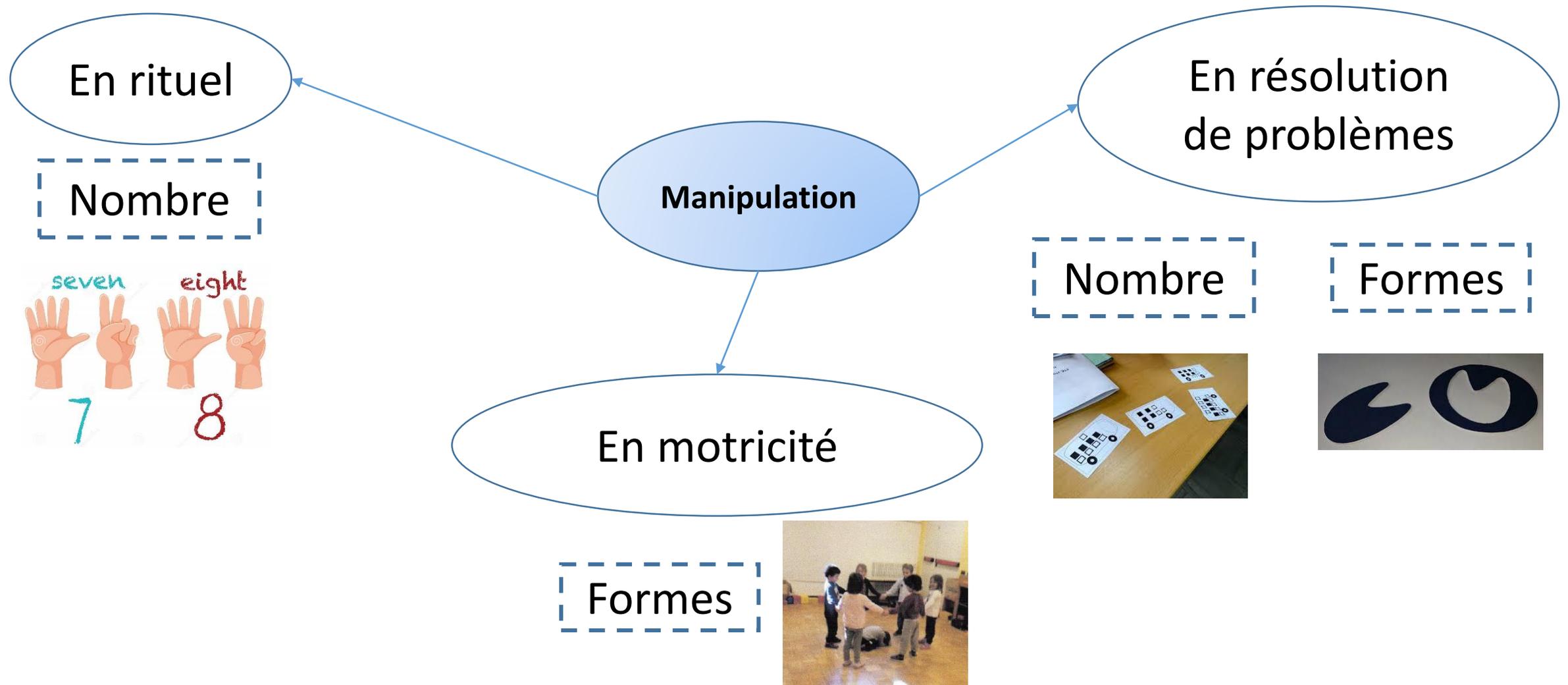
Manipuler – Verbaliser – Abstraire

Quid de Montessori ?

Comment ? Quand ?



La manipulation : Comment ? Quand ?



Rituel – Nombres et doigts



Il existe un lien entre habilités perceptivo-tactiles (reconnaissance et discrimination des doigts) et capacités de représentation et de manipulation des quantités. *(Fayol, 2012)*



L'ACQUISITION
DU NOMBRE
Michel Fayol

puf

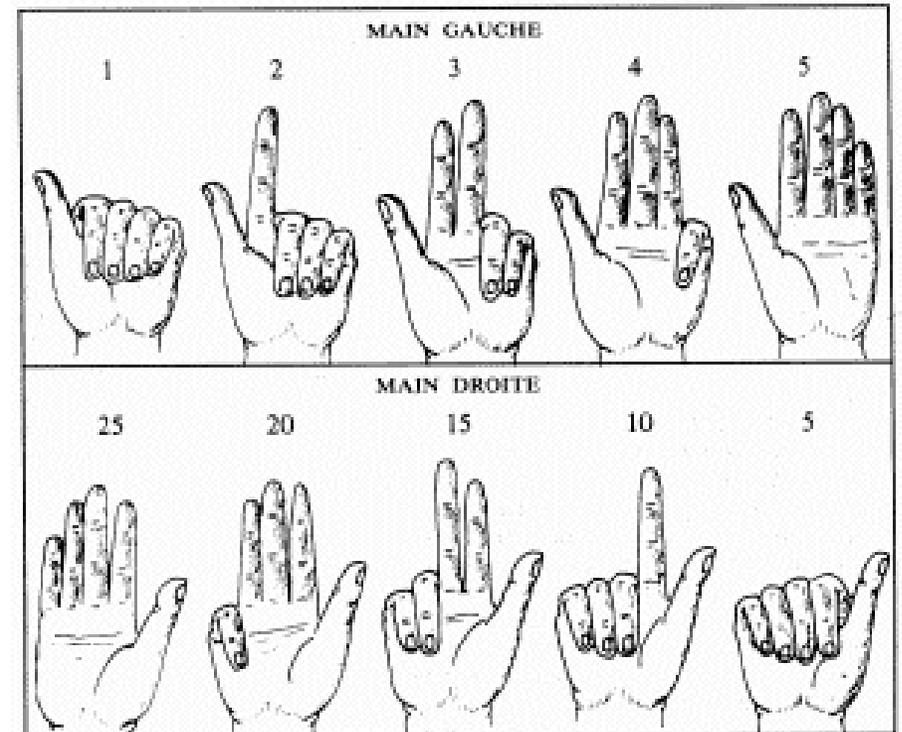
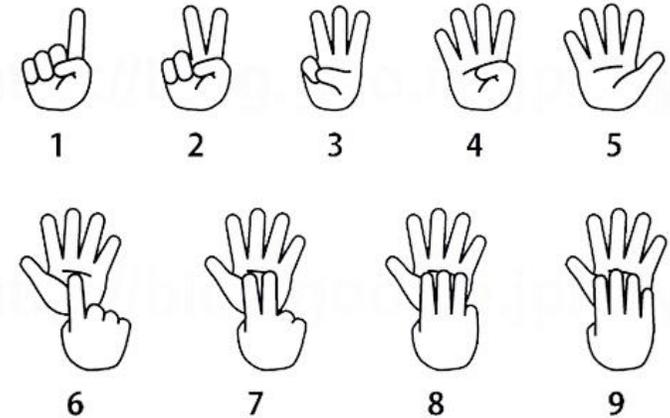
Rituel – Nombres et doigts



Ces configurations fonctionnent comme un code conventionnel.

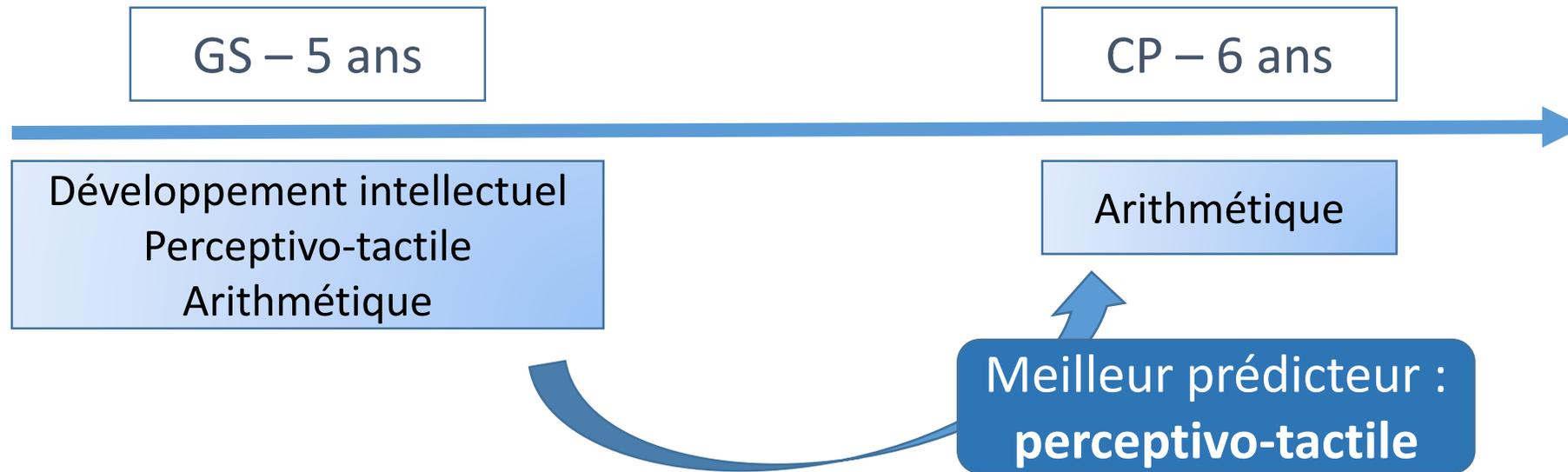
L'utilisation des doigts est relativement identique entre les individus d'une culture donnée.

指を使った日本の数字の数え方



Rituel – Nombres et doigts

Etude longitudinale GS / CP - 200 enfants



MAIS comment se développent les habiletés perceptivo-tactiles ?
Est-ce que les entrainer peut ensuite aider les enfants en mathématiques ?



L'ACQUISITION
DU NOMBRE
Michel Fayol

puf

Rituel – Nombres et doigts

Lucky-Luke

« Lucky Luke a dit «trois». Montrer «trois», montrer un autre «trois», montrer «trois» avec deux mains.



- Montrer «trois» avec les mains. Demander « combien c'est ».

Rituel – Nombres et doigts

Les bonnets de doigts

Commander par le geste et à l'oral une petite quantité de « bonnets » pour habiller ses doigts levés.



En résolution de problèmes - Formes

Evaluer chez les enfants de grande section de maternelle les effets de l'ajout de l'exploration visuo-haptique des figures dans un entraînement classique destiné à préparer l'apprentissage de la géométrie

Groupe Contrôle

Voir les formes
(imprimées sur papier)



Groupe Expérimental

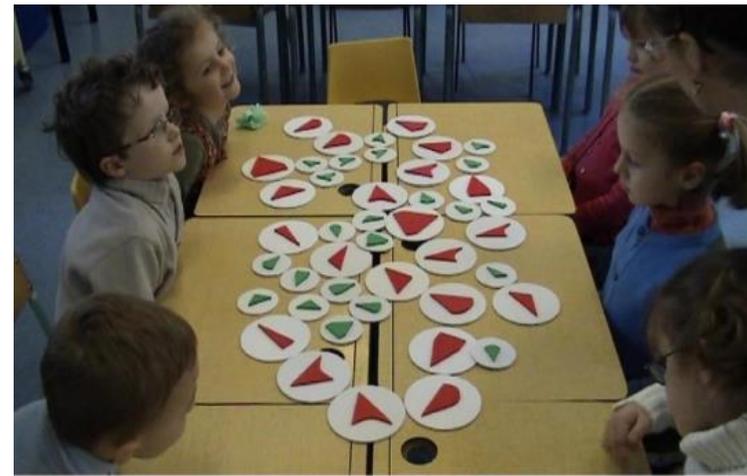
Voir et manipuler les formes
(en relief découpées dans de la mousse)



Pinet et Gentaz (2008)

En résolution de problèmes - Formes

Hypothèse testée : l'ajout multisensoriel dans les exercices de reconnaissance des figures et d'utilisation du vocabulaire approprié aiderait les enfants à mieux se représenter les figures planes élémentaires, grâce à son codage multiple (visuel, haptique et moteur)



En résolution de problèmes - Formes

Résultat : l'entraînement multisensoriel permet aux enfants de mieux reconnaître les figures cibles après les séances d'entraînement



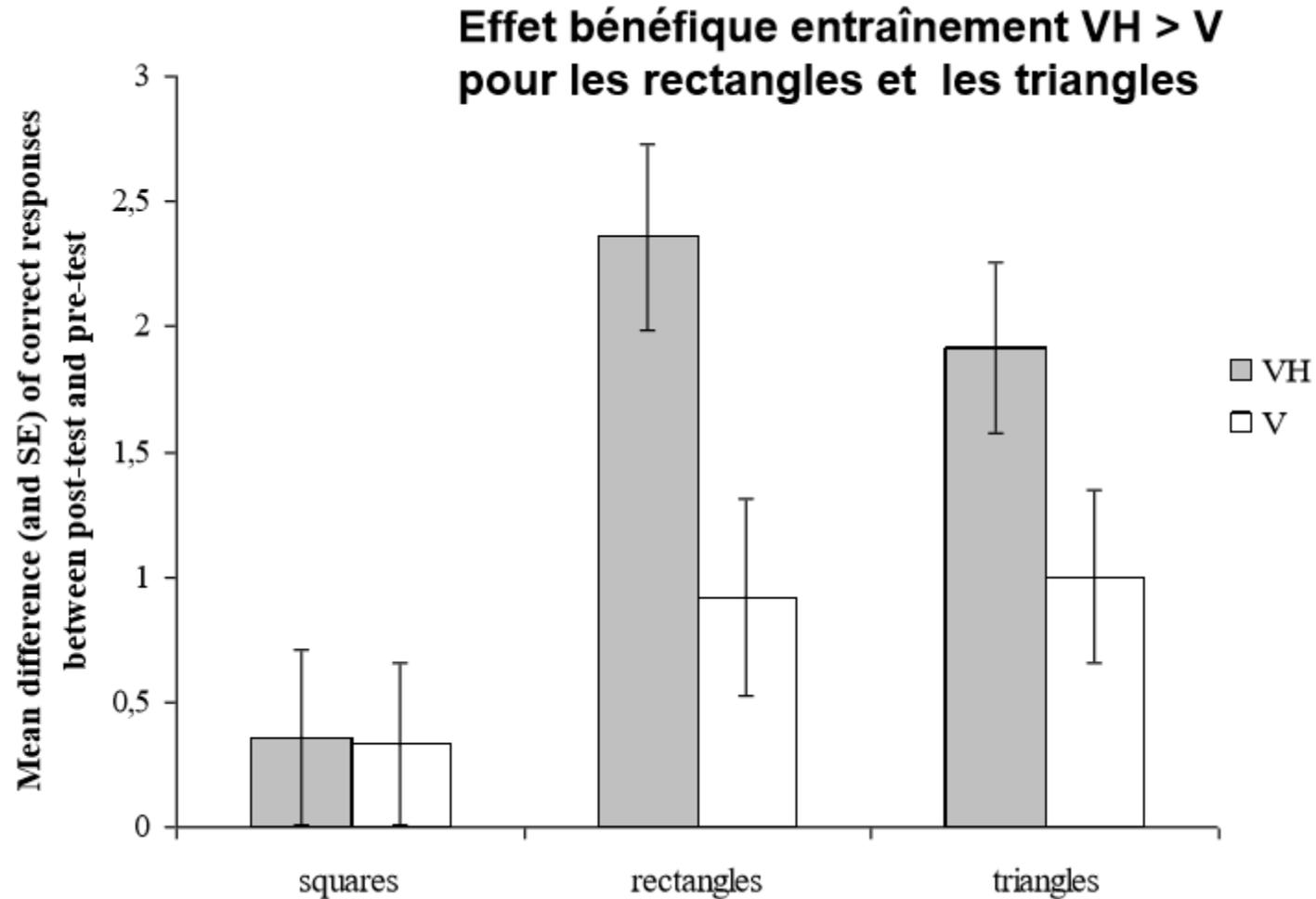
4 tests

20 formes

- 6 cibles

- 14 distracteurs

En résolution de problèmes - Formes



En résolution de problèmes - Formes

Etudes de Vendeira et Coutat (2017)

L'objectif principal dans notre recherche est que l'élève développe, dès 4 ans, une manière de penser les objets à travers des caractéristiques géométriques.



Le gabarit



Le pochoir

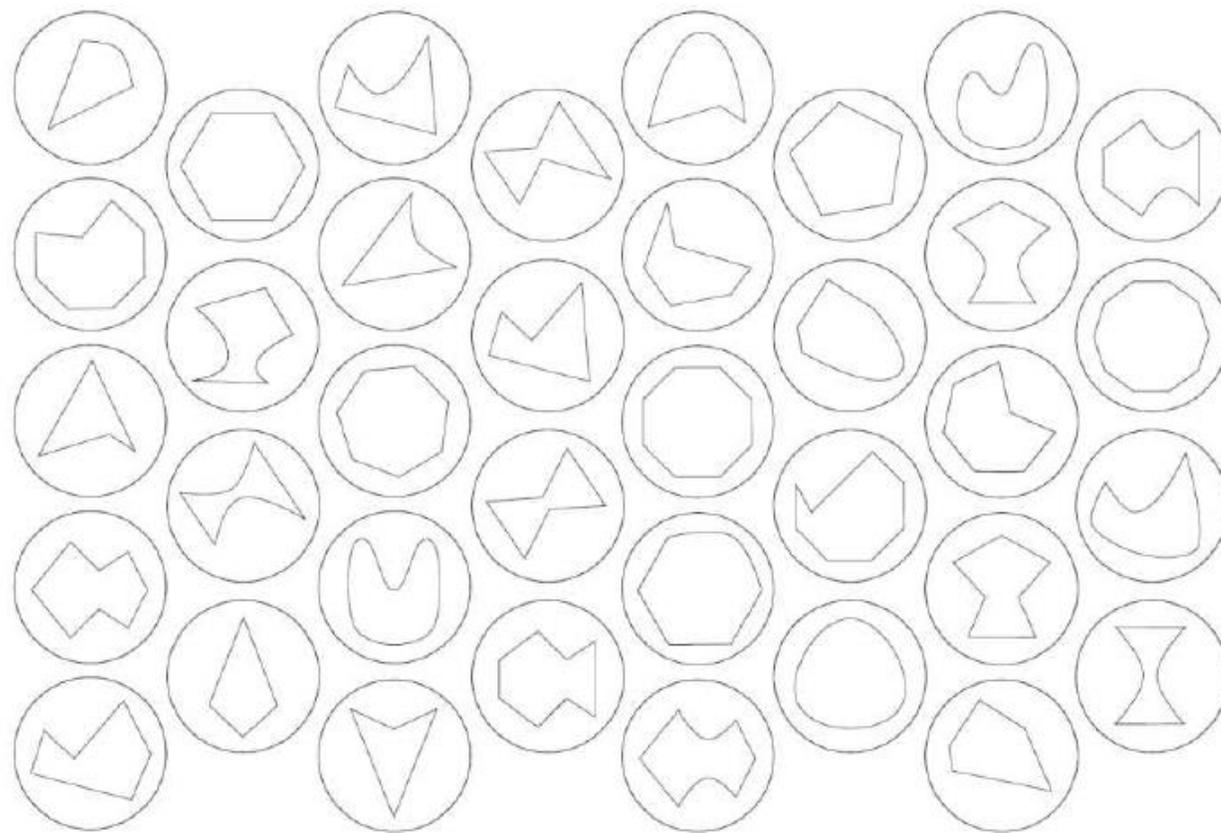


Figure 1 : Collection de 36 pièces découpées dans une plaque plexiglas.

En résolution de problèmes - Formes



Collection de départ	Collection réduite	Pièce identifiée dans la collection réduite
J'observe et manipule l'assortiment de pièces.	J'extrais tous les « nœuds papillons » (ou « vases ») du reste de l'assortiment.	Je me focalise ensuite sur les caractéristiques « c'est celui qui est bicornu (non symétrique) et avec des ronds (bords courbes) » ; et je sélectionne la pièce correspondante.

Tableau 2 : Exemple des étapes que les élèves doivent mettre en œuvre pour distinguer une pièce dans un assortiment.

En résolution de problèmes - Formes

Retrouve la bonne forme : version à vue

Les gabarits sont étalés sur la table. L'élève prend le premier pochoir de la pile et doit, en un seul essai, trouver et y encastrer le gabarit correspondant.



Photo 2 : Exemple d'élèves en activité.

En résolution de problèmes - Formes

Retrouve la bonne forme : version à vue

Cette activité permet à l'élève de valider seul son activité. Si la forme ne s'encastre pas, c'est qu'elle n'est pas la bonne.



Photo 2 : Exemple d'élèves en activité.

Des variables

- choix du nombre de pièces
- choix des pièces
- nombre d'essais autorisés

En résolution de problèmes - Formes

Jeu « Retrouve la bonne forme »

- Ce jeu réunit 2 à 4 joueurs.
- Les élèves sont installés autour d'une table. Les gabarits sont éparpillés au centre de la table. Chaque élève a une pile de pochoirs devant lui avec le même nombre de pièces. Les élèves ont des pochoirs tous différents, ce qui permet à l'enseignant une différenciation.
- Au top départ, **chaque élève prend le pochoir situé sur le dessus de sa pile et doit trouver sur la table le gabarit correspondant**. Les élèves jouent donc tous en même temps et c'est le premier qui termine sa pile de pochoirs, en ayant encastré toutes ses pièces, qui a gagné

En résolution de problèmes - Formes

Jeu « Retrouve la bonne forme »

La quantité de pièces utilisées ainsi que la nécessité de réaliser la tâche dans un temps restreint favorise la **manière hybride de penser**.

Avec ce jeu, tous les élèves sont amenés à élaborer une double stratégie :

- opérer par perception globale pour un premier classement perceptif (« je cherche une pièce qui ressemble à un poisson »)
- puis un second à partir des caractéristiques (« parmi les poissons, c'est celui qui a des arrondis... »).

En résolution de problèmes - Formes

Des familles à construire

Les élèves doivent **identifier des pièces « qui vont ensemble » composant ainsi une « famille »**.

Les gabarits ou pochoirs sont éparpillés sur une table. Les élèves doivent se mettre d'accord et **être capables d'explicitier leur choix**, éventuellement en donnant un nom aux familles créées.

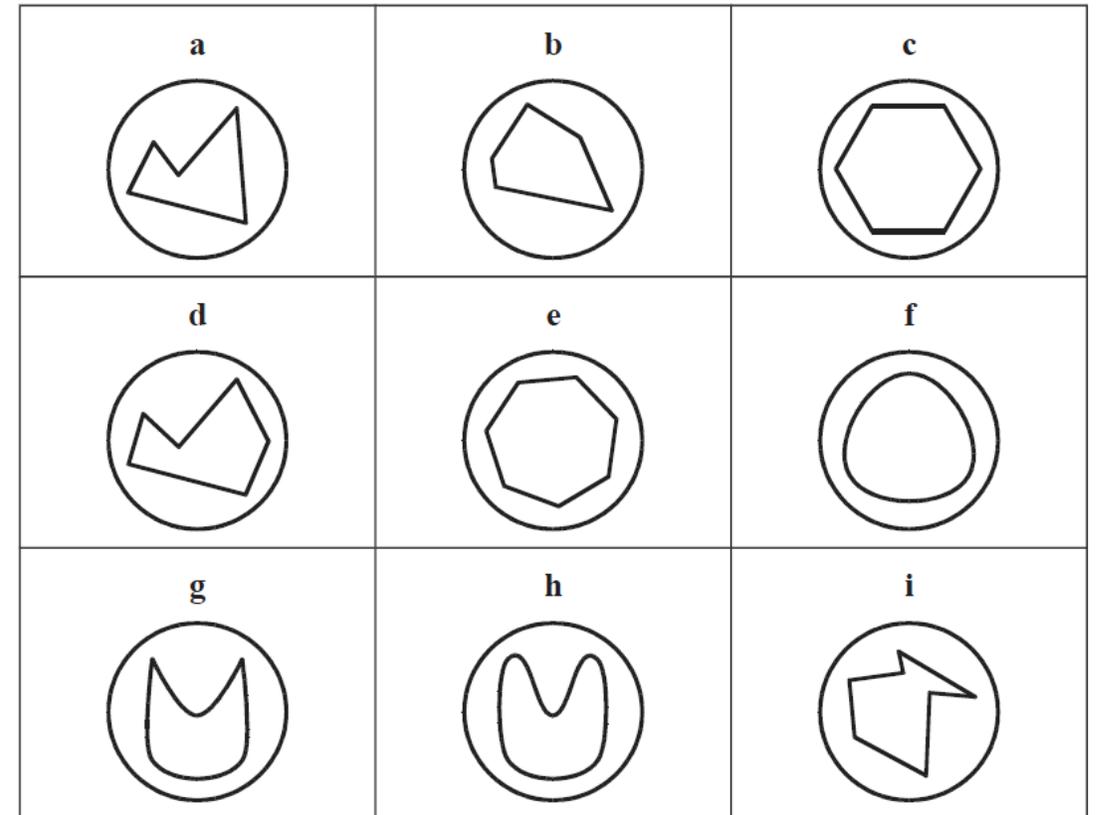


Figure 2 : Exemple d'un assortiment de pièces pour l'activité « des familles à construire ».

En résolution de problème

Des familles à construire

Des objectifs :

- Classement de formes à partir de caractéristiques ;
- Émergence d'un lexique commun qui pourra être réinvesti dans d'autres activités ;
- Collaboration entre pairs avec la nécessité de se mettre d'accord et d'argumenter.

Selon l'assortiment de pièces choisi, les élèves peuvent penser les objets géométriques de manière globale, hybride ou selon leurs caractéristiques.



Photo 4 : Exemple de création de trois familles par un groupe d'élèves.

En résolution de problèmes - Formes

Familles de la proposition A	Familles de la proposition B	Familles de la proposition C
  	  	 
	   	   
  	 	  
 		

Tableau 4 : Trois familles récurrentes.

En résolution de problèmes - Formes

Quelques résultats

Vision
globale

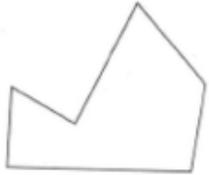
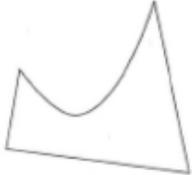
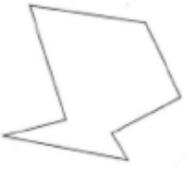
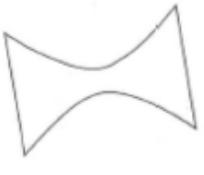
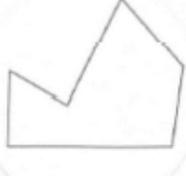
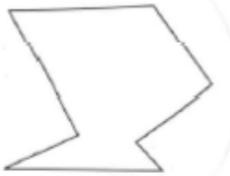
	Luce					
Activité en 2016						
Activité en 2017						
	Montagnes		Lampe	Théière	Trompettes	

Tableau 5 : Familles de Luce à une année d'intervalle.

En résolution de problèmes - Formes

Quelques résultats

Vision hybride

	Léa	
Activité en 2016		<p style="text-align: center;">FAMILLE 3</p>
Activité en 2017	<p style="text-align: center;">Des arrondis dedans</p>	<p style="text-align: center;">Des tonnerres avec des pics dedans</p>

Tableau 6 : Familles de Léa à une année d'intervalle.

En résolution de problèmes

Quelques résultats

Vision
caractéristique
des formes

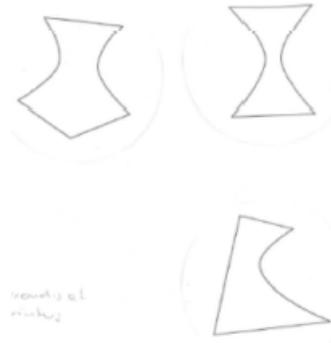
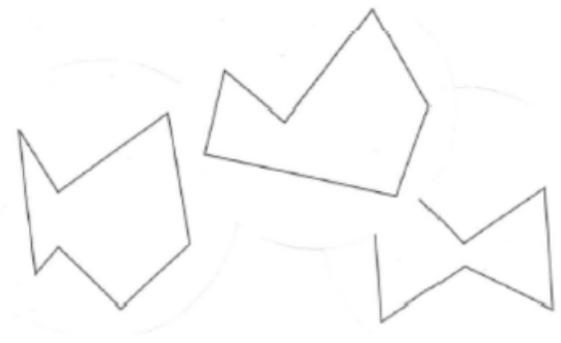
	David	
Activité en 2016		
Activité en 2017	 <p>Des arrondis et des pointus</p>	 <p>Des pointus seulement</p>

Tableau 7 : Familles de David à une année d'intervalle.

En résolution de problèmes - Formes

Quelques résultats

À ce stade, nous pouvons déjà identifier que **les différentes tâches conçues et expérimentées en classe permettent de vérifier l'existence d'une variété de manières de penser les objets géométriques chez les élèves.** Ces différentes manières de penser les objets géométriques doivent coexister et non se substituer les unes aux autres.



Photo 5 : Activité dans le méso-espace avec des gabarits et pochoirs géants (diamètre de 1,8 m).

En motricité - Cercle

(Robotti, 2018)

Activités multimodales - multisensorielles

Passer de l'espace du corps à des espaces représentatifs, où les objets sont représentés comme des formes, jusqu'à l'espace de la géométrie, où les figures géométriques sont identifiées par leurs caractéristiques géométriques, est l'une des idées centrales de l'enseignement et de l'apprentissage de la géométrie.

De plus, les expériences du corps et des instruments agissent comme un pont entre la modélisation physique de l'espace et la conceptualisation d'un espace géométrique.

En motricité - Cercle

(Robotti, 2018)

Une expérience d'enseignement où des enfants de maternelle ont vécu une expérience proche de la définition de la circonférence.

*D'un point de vue méthodologique, mon objectif est de **montrer qu'une approche multimodale dans les activités de maternelle peut favoriser l'exploration des figures au sens géométrique afin de s'approcher d'une «pseudo-définition» de la circonférence.***

En motricité - Cercle

- [Séance 1] Qu'est-ce qu'un cercle ?

Objectif : Travail sur l'orientation spatiale, sur différents points de vue et sur les notions topologiques «intérieur» et «extérieur».

Activités :

- Parcours avec différents matériaux
- Dessin sur une feuille du chemin sous différents points de vue.
- Se mettre eux-mêmes dans un cercle en plastique situé sur le sol

"Qu'est-ce qu'un cercle?"

- Vision globale : ressemblent à des œufs, des fraises, etc.
- Vision hybride : courbes fermées et les «non-cercles» de courbes ouvertes
- Un arrondi fermé

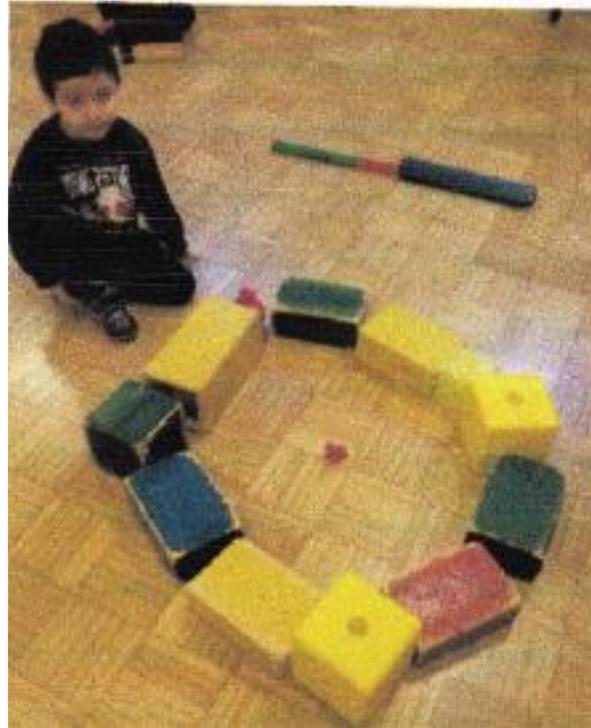


Un arrondi
fermé

En motricité - Cercle

- [Séance 3] Construction d'un cercle

Forme dans un sens statique : ensemble de points dont un a une position privilégiée



Vision globale



Pas de vision globale possible

En motricité - Cercle

- [Séance 10 et 11] Vers le centre et le rayon

Comment pouvons-nous être sûrs que ce point est vraiment au centre ?



Bâtons = distance égale ... embryon de la définition du rayon

En motricité - Cercle

- [Séance 10 et 11] Vers le centre et le rayon



Ce n'est pas une construction au sens géométrique, mais on peut reconnaître une **construction géométrique embryonnaire de la circonférence** en raison des invariants pris en considération (point central et bâtons).

En motricité - Cercle

- [Séance 12]

T: Si vous deviez expliquer aux autres enfants ce qu'est un cercle, que diriez-vous?

R: Nous prenons un point, le centre, et nous posons les bâtons, tous les bâtons égaux, à partir du centre. Nous prenons la même mesure, la même distance, à partir du centre

T: Alors, qu'est-ce qu'un cercle?

F: C'est une "chose ronde" et il y a des lignes égales à partir du point, du centre.

On passe de mots étroitement **liés au matériel, à l'expérience et la perception** (bâtons, bâtons égaux, pointe au milieu) à des mots davantage **liés à la géométrie** (ligne égale, mesure, distance, centre).

En motricité - Cercle

- [Séance 13] Une pseudo-définition de circonférence



la courbe est conçue en dynamique sens comme un mouvement du point autour d'un centre

En motricité - Cercle

- [Séance 13] Une pseudo-définition de circonférence

Un **cercle** est un "rond" composé de nombreux points joints ayant la même distance (la même mesure) à partir du point central.

J'appelle cette phrase « définition pseudo-géométrique » parce qu'elle fait toujours référence aux éléments perceptuels liés à la forme («rond») même s'il est possible d'identifier le caractère dynamique de la courbe en tant que trace générée par le mouvement d'une pointe (la pointe de la brosse) qui maintient la même distance au centre.

En motricité - Cercle

Résultats

Approcher le concept de circonférence

Proposer une pseudo-définition de la circonférence d'un cercle

Passer d'un langage « global » à un langage « géométrique »

Explications

- Effets des différents matériels, différents signes liés à ces matériels et à leur transformation en signes mathématiques grâce à la médiation de l'enseignant
- Effets du travail dans le macro-espace et le micro-espace (invariances de la figure géométrique)
- Effets de la variété des matériels (blocs, dessins) et la possibilité discuter des signes produits (gestes, mots, mouvements du corps, dessins, etc.).

Points de vigilance



- Manipuler sous différentes modalités : en rituel, en résolution de problème, en motricité, etc.



- Dans tous les domaines mathématiques
- Sur des temps long avec **progressivité** dans la place et le rôle de la manipulation.
- Nécessité d'articuler cette phase de manipulation à des phases de formulation et validation.
- Nécessité de **faire des bilans**, verbaliser, expliciter les apprentissages.

Pause

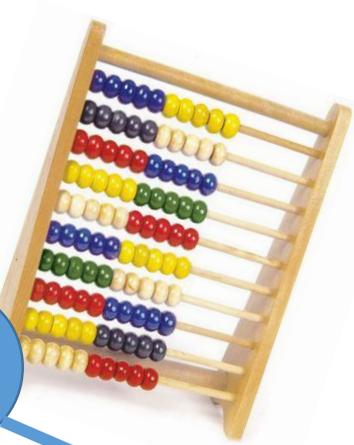


Reprise



Plan de la conférence

Quels effets sur les apprentissages ?



1

2



4

Manipuler – Verbaliser – Abstraire

Quid de Montessori ?

Comment ? Quand ?



IMPACT DE LA PÉDAGOGIE MONTESSORI SUR LA CONSTRUCTION DU NOMBRE À L'ÉCOLE MATERNELLE



Une question centrale

Quel est l'impact de la pédagogie Montessori **sur les apprentissages** auprès d'enfants en contexte défavorisé socialement ?

Une rencontre

La pédagogie Montessori



Maria
Montessori
1907

Elle est fondée sur un grand principe qui est le **respect de la démarche naturelle de l'enfant.**

Elle s'appuie sur 4 grandes idées :

- L'enfant a besoin de **liberté** pour devenir maître de lui-même (c.à.d. se normaliser).
- L'enfant jusqu'à 6 ans a un **esprit absorbant** qui lui permet de se développer.
- Cet esprit absorbant est guidé par des **périodes sensibles**, au cours desquelles l'enfant est particulièrement réceptif à certains apprentissages.
- Chaque enfant **progresses à son propre rythme.**

La pédagogie Montessori



- Classes multi-âges
- Liberté de choix et de mouvement
- Individualisation des parcours d'apprentissage
- Matériels multi-sensoriels et auto-correctifs en exemplaire unique
- Longues périodes de travail en autonomie
- Organisation spécifique des domaines d'apprentissage et du matériel
- Pas de récompenses ou punitions explicites
- Enseignant en retrait

La pédagogie Montessori

Les mathématiques

L'esprit mathématique

- Capacité à **analyser**, à **synthétiser** et à **faire des liens**.
- Les **mathématiques** sont abordées quand l'enfant **s'est bien entraîné** avec le matériel de vie pratique et le matériel sensoriel.

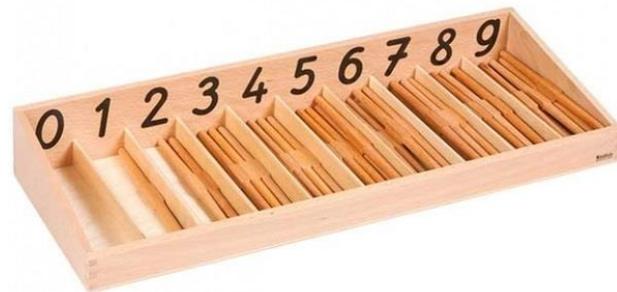
« Learning mathematical concepts in a Montessori classroom begins concretely and progresses towards the abstract. They are developed from simple to complex. Process is taught first and facts come later. »

(site Just Montessori)

La pédagogie Montessori

Les mathématiques

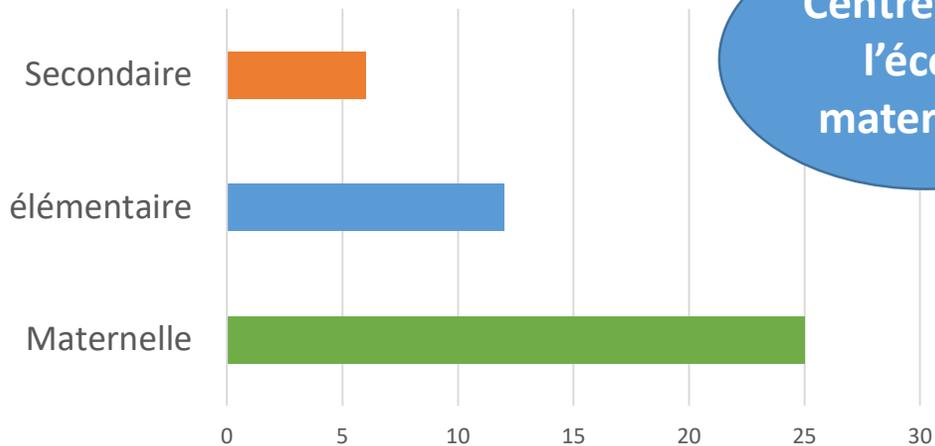
- Maria Montessori a créé un matériel de mathématiques qui **décompose** les concepts complexes **en éléments simples** et **isolés** les uns des autres, de **manière progressive**.
- Un « nouvel élément » d'un concept par matériel et un matériel par niveau d'abstraction d'un concept.



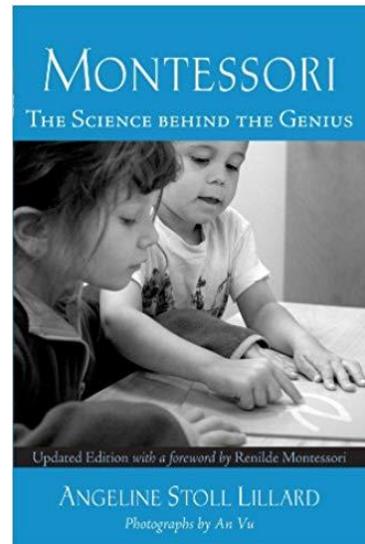
La pédagogie Montessori

Etat des lieux des études d'impact

Nombre d'articles publiés

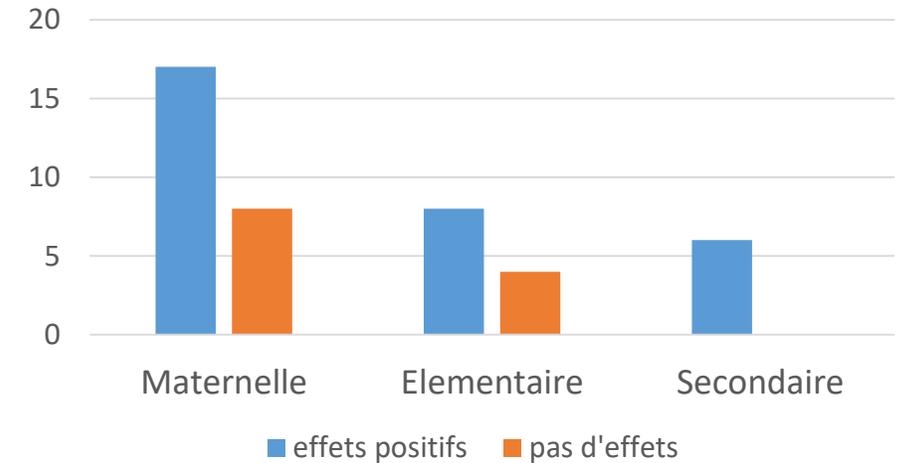


Des études menées dans des catégories sociales professionnelles favorisées.



Menées aux USA

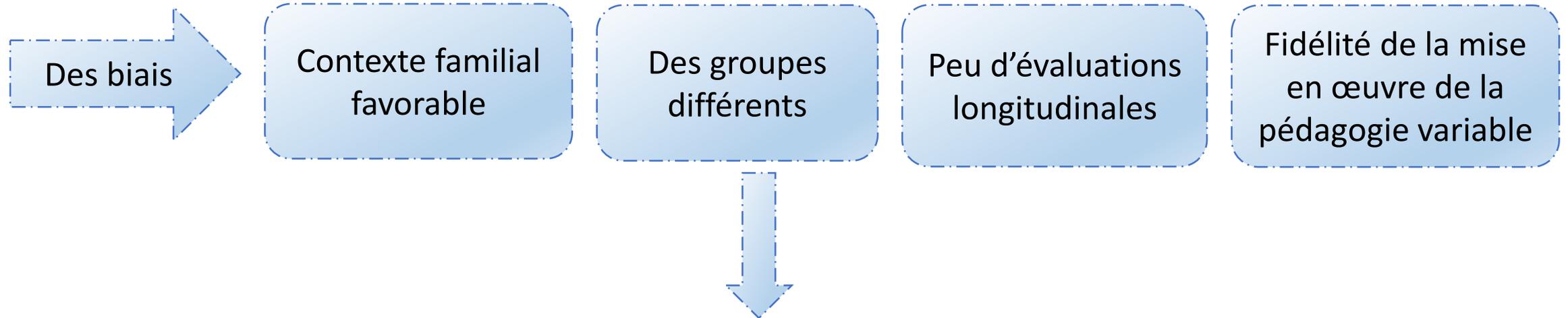
Nombre d'études du point de vue des effets de la pédagogie Montessori



Des résultats contrastés et parfois contradictoires sur les effets de la pédagogie sur les apprentissages.

La pédagogie Montessori

Etat des lieux des études d'impact



Des questions en suspens :

- Existe-t-il un effet universellement bénéfique de la pédagogie Montessori ?
- Quels aspects de la pédagogie peuvent expliquer ces résultats ?

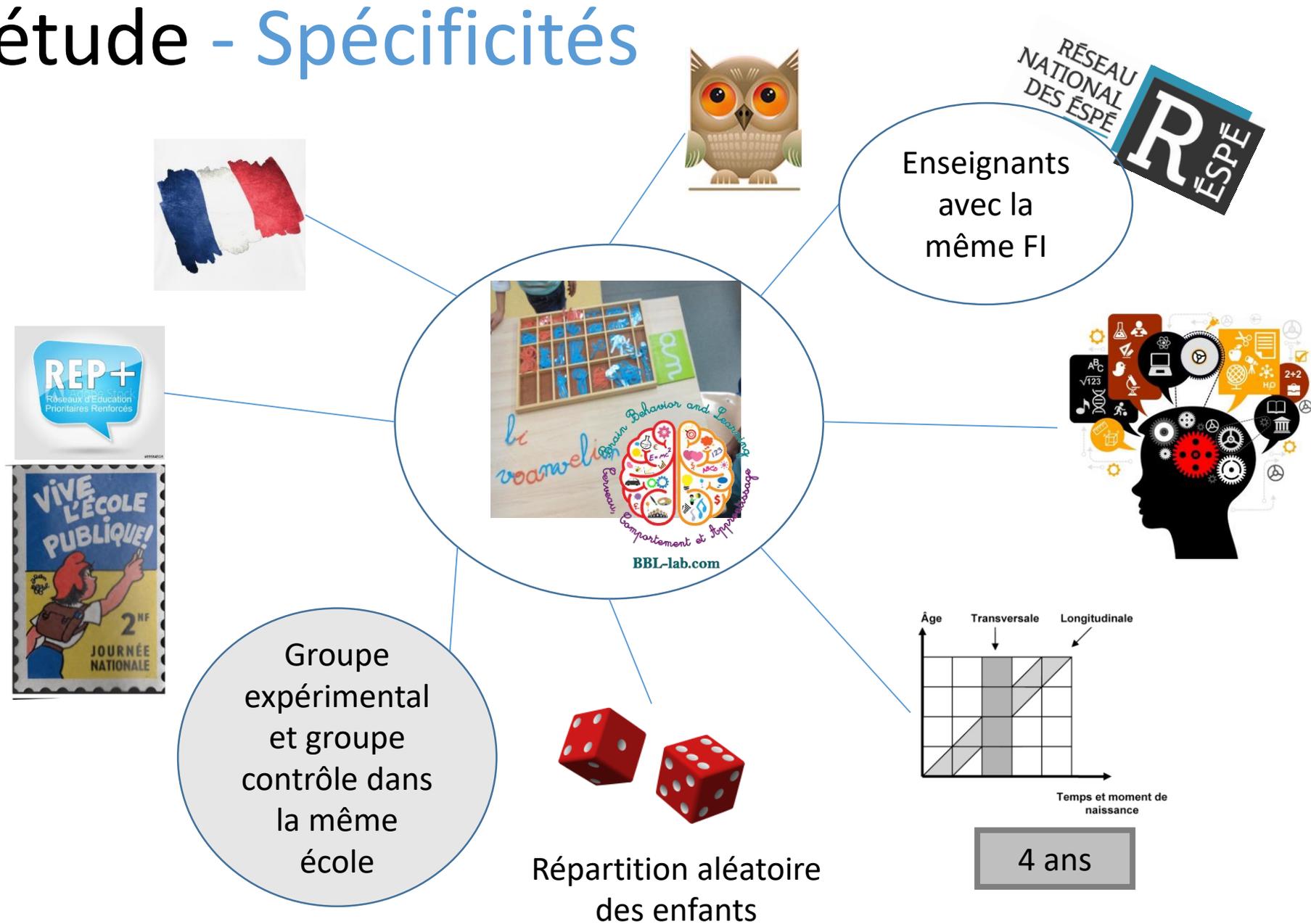
La recherche au sein de l'école, « écologique », est compliquée mais nécessaire

Notre étude - Objectifs

Etudes transversale et longitudinale randomisées et contrôlées dans une école maternelle publique REP+

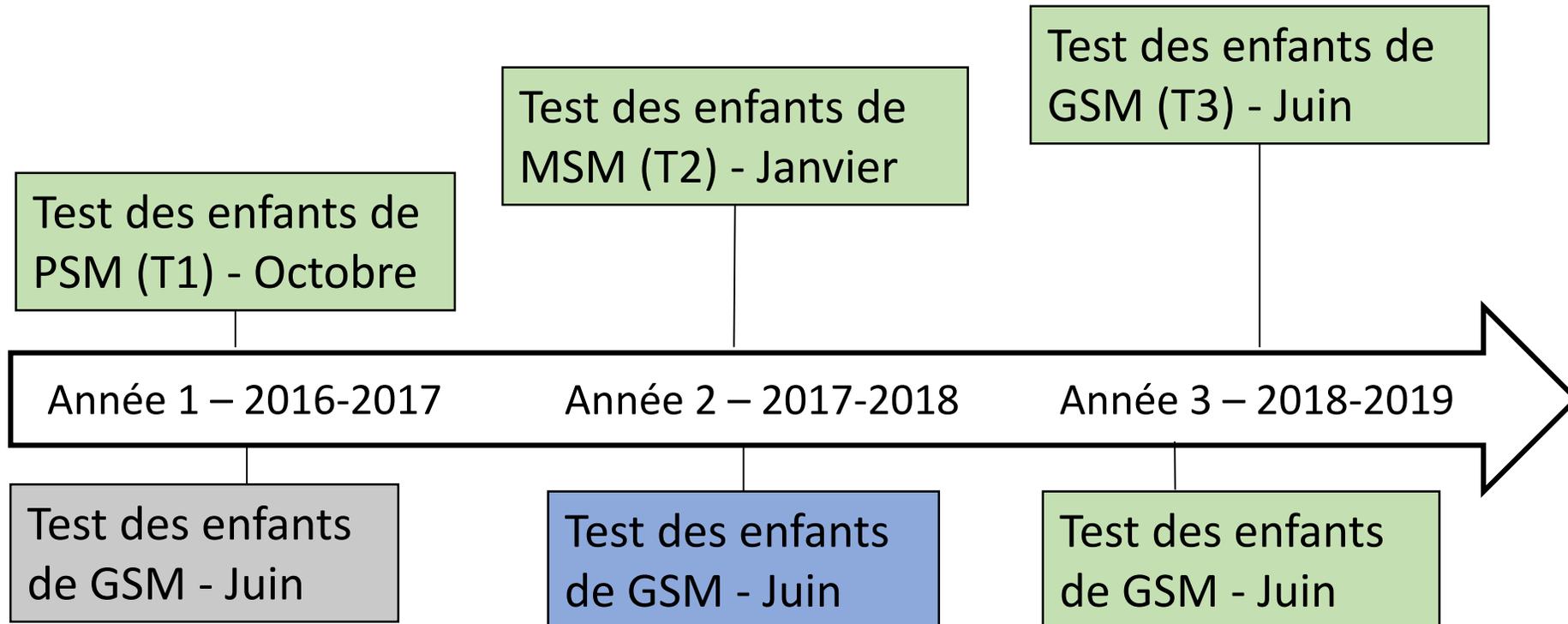
- ✓ Etudier l'impact de la pédagogie Montessori sur les compétences cognitives et sociales des enfants français en fin de maternelle
- ✓ Etudier l'évolution des compétences cognitives et sociales de ces enfants tout au long du cycle de maternelle

Notre étude - Spécificités



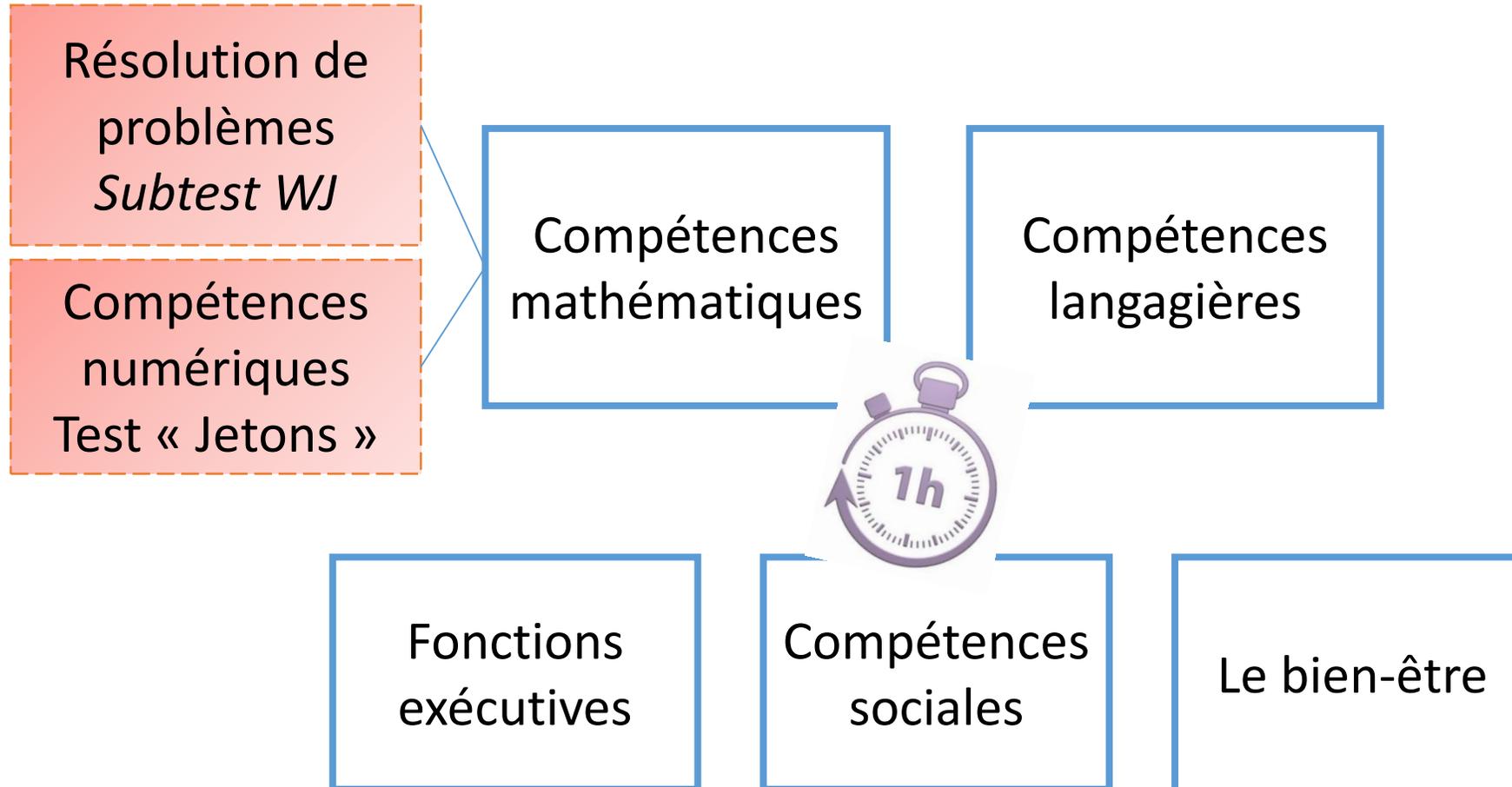
Notre étude - Chronologie

Etude longitudinale : 33 enfants « Montessori » et 37 enfants « Conventiionnelle »



Etude transversale : 53 enfants « Montessori » et 78 enfants « Conventiionnelle »

Notre étude – Outils d'évaluation



Tâches du test des jetons

T1

Comptine numérique

Veux-tu compter ?

T2

Dénombrement d'une collection

Combien y-a-t-il de jetons ?

T3

Constitution d'une collection d'objets

Peux-tu mettre 5 jetons dans la boîte ?

T4

Evolution d'une collection

*Il y a 3 jetons dans la boîte.
Et si j'en ajoute 1, combien y en aura-t-il ?
Et si j'en enlève 1, combien y en aura-t-il ?*

T5

Création d'une collection équipotente

En une seule fois, va chercher juste ce qu'il faut de jetons rouges pour les poser sur les jetons bleus.

T6

Comparaison de deux collections

Dans quel tas y-a-t-il le plus de jetons ?



T7

Réunion de deux collections

Combien y-a-t-il de jetons en tout dans mes mains ?

T8

Situation de décomposition

Combien y-a-t-il de jetons cachés sous ma main ?

T9

Reconnaissance de l'écriture chiffrée

*Dis-moi le nom des chiffres :
1 ; 3 ; 2 ; 5 ; 4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 7*

T10

Repérage d'une position

Montre le premier jeton. Montre le dernier jeton. Montre le jeton du milieu. Montre le troisième jeton.

T11

Placement (ordinal)

Regarde où est placé le jeton dans mon train. Je vais cacher mon train et tu vas devoir placer ce jeton dans le même wagon sur ton train.

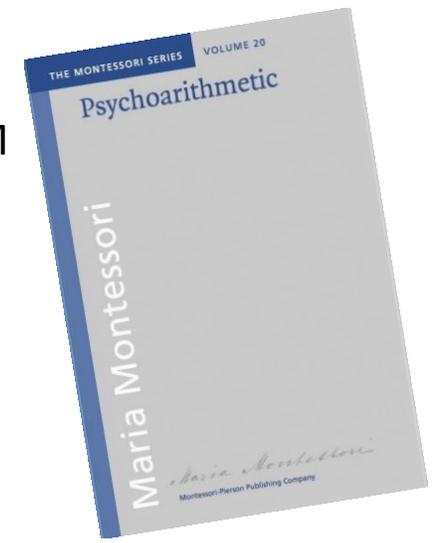
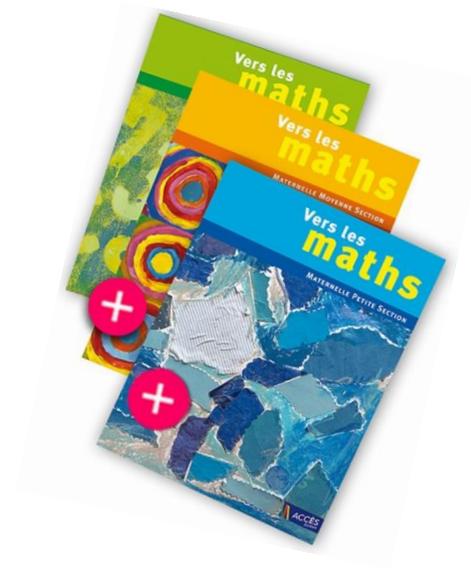
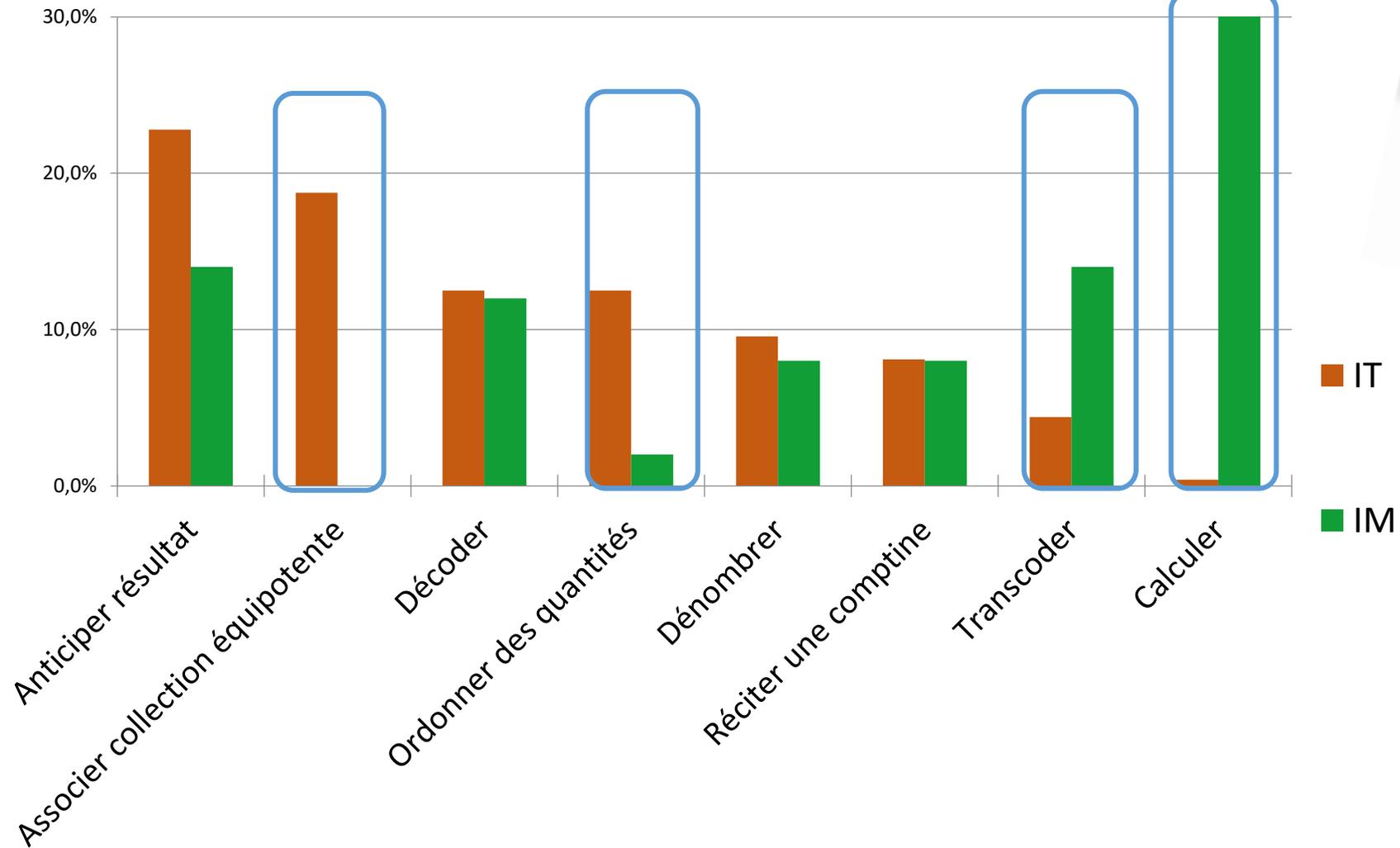
Notre étude – Analyses didactiques

Objectif

Comparer les enseignements sur la construction du nombre dans les deux institutions pour comprendre les compétences numériques des enfants évalués

Y a-t-il des différences ? Lesquelles ? Pourquoi ?

Notre étude – Analyses didactiques



Notre étude – Analyses didactiques



IM

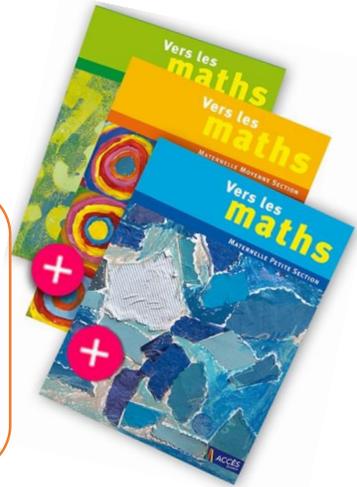
43 tâches proposées au PE
8 périodes
Moyenne: 5 tâches/période

CHOIX ÉPURÉ D'ATELIERS
AUTOMATISME
RELATIONS SYSTÉMATIQUES ET TANGIBLES
ENTRE LES NOMBRES
CODE SYMBOLIQUE INTRODUIT TRÈS TÔT
TRAVAIL SUR LE 0

IC

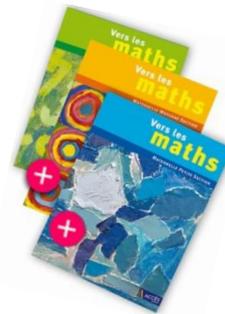
241 tâches proposées au PE
15 périodes
Moyenne: 16 tâches/période

BALAYE DES CONTEXTES DIVERS
PRESENCE DE SITUATIONS
CONSIDÉRÉES COMME FONDAMENTALES
DÉCOUPÉ ET CIBLÉ SUR CERTAINES
VALEURS
PEU D'AUTOMATISME
STADES D'APPRENTISSAGE MARQUÉS



Notre étude – Hypothèses de recherche

- Difficile à émettre à partir de la littérature en sciences cognitives
- Emises à partir des analyses didactiques :
 - une référence de types de tâches sur le nombre à l'école maternelle
 - une comparaison des deux Institutions : école publique conventionnelle et école Montessori



Hypothèses de recherche

T1

Comptine numérique

Veux-tu compter ?

T2

Dénombrement d'une collection

Combien y-a-t-il de jetons ?

T3

Constitution d'une collection d'objets
Peux-tu mettre 5 jetons dans la boîte ?

T4

Evolution d'une collection

*Il y a 3 jetons dans la boîte.
Et si j'en ajoute 1, combien y en aura-t-il ?
Et si j'en enlève 1, combien y en aura-t-il ?*

T5

Création d'une collection équipotente

En une seule fois, va chercher juste ce qu'il faut de jetons rouges pour les poser sur les jetons bleus.

T6

Comparaison de deux collections
Dans quel tas y-a-t-il le plus de jetons ?



T7

Réunion de deux collections
Combien y-a-t-il de jetons en tout dans mes mains ?

T8

Situation de décomposition
Combien y-a-t-il de jetons cachés sous ma main ?

T9

Reconnaissance de l'écriture chiffrée
*Dis-moi le nom des chiffres :
1 ; 3 ; 2 ; 5 ; 4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 7*

T10

Repérage d'une position

Montre le premier jeton. Montre le dernier jeton. Montre le jeton du milieu. Montre le troisième jeton.

T11

Placement (ordinal)

Regarde où est placé le jeton dans mon train. Je vais cacher mon train et tu vas devoir placer ce jeton dans le même wagon sur ton train.

Hypothèses de recherche

T1

Comptine numérique

Veux-tu compter ?

T2

Dénombrement d'une collection

Combien y-a-t-il de jetons ?

T3

Constitution d'une collection d'objets
Peux-tu mettre 5 jetons dans la boîte ?

T4

Evolution d'une collection

*Il y a 3 jetons dans la boîte.
Et si j'en ajoute 1, combien y en aura-t-il ?
Et si j'en enlève 1, combien y en aura-t-il ?*

T5

Création d'une collection équipotente

En une seule fois, va chercher juste ce qu'il faut de jetons rouges pour les poser sur les jetons bleus.

T6

Comparaison de deux collections
Dans quel tas y-a-t-il le plus de jetons ?



T7

Réunion de deux collections
Combien y-a-t-il de jetons en tout dans mes mains ?

T8

Situation de décomposition
Combien y-a-t-il de jetons cachés sous ma main ?

T9

Reconnaissance de l'écriture chiffrée
*Dis-moi le nom des chiffres :
1 ; 3 ; 2 ; 5 ; 4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 7*

IM

T10

Repérage d'une position

Montre le premier jeton. Montre le dernier jeton. Montre le jeton du milieu. Montre le troisième jeton.

T11

Placement (ordinal)

Regarde où est placé le jeton dans mon train. Je vais cacher mon train et tu vas devoir placer ce jeton dans le même wagon sur ton train.

Hypothèses de recherche

T1

Comptine numérique

Veux-tu compter ?

T2

Dénombrement d'une collection

Combien y-a-t-il de jetons ?

T3

Constitution d'une collection d'objets
Peux-tu mettre 5 jetons dans la boîte ?

T4

Evolution d'une collection

*Il y a 3 jetons dans la boîte.
Et si j'en ajoute 1, combien y en aura-t-il ?
Et si j'en enlève 1, combien y en aura-t-il ?*

IC

T5

Création d'une collection équipotente

En une seule fois, va chercher juste ce qu'il faut de jetons rouges pour les poser sur les jetons bleus.

IC

T6

Comparaison de deux collections
Dans quel tas y-a-t-il le plus de jetons ?



IC

T7

Réunion de deux collections
Combien y-a-t-il de jetons en tout dans mes mains ?

IC

T8

Situation de décomposition
Combien y-a-t-il de jetons cachés sous ma main ?

IC

T9

Reconnaissance de l'écriture chiffrée
*Dis-moi le nom des chiffres :
1 ; 3 ; 2 ; 5 ; 4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 7*

IM

T10

Repérage d'une position

Montre le premier jeton. Montre le dernier jeton. Montre le jeton du milieu. Montre le troisième jeton.

IC

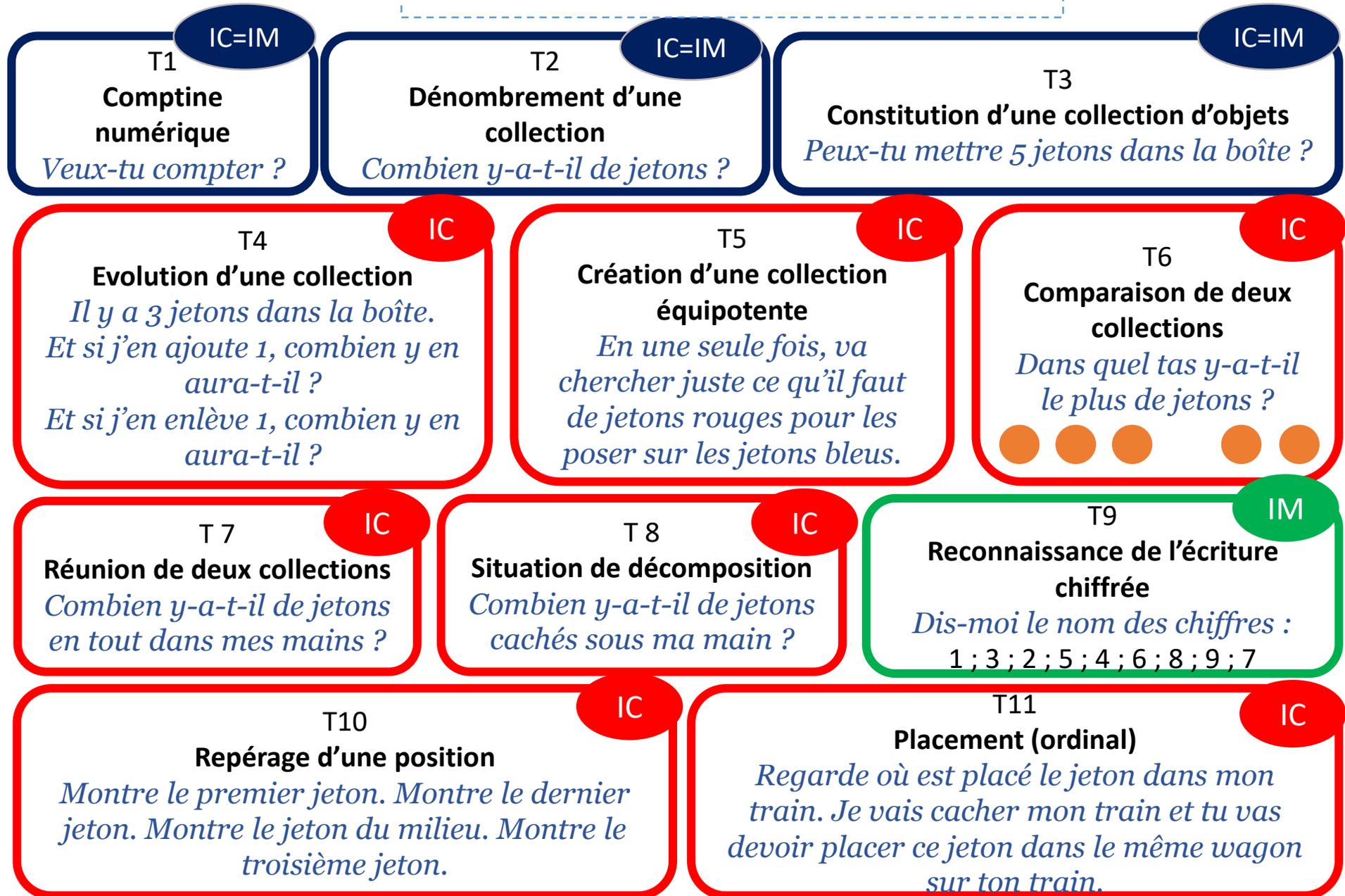
T11

Placement (ordinal)

Regarde où est placé le jeton dans mon train. Je vais cacher mon train et tu vas devoir placer ce jeton dans le même wagon sur ton train.

IC

Hypothèses de recherche



Hypothèses de recherche

IM

T9
Reconnaissance de
l'écriture chiffrée

WJ
applied problems

IC

T4
Evolution d'une
collection

T5
Création d'une
collection
équipotente

T6
Comparaison de
deux collections

T7
Réunion de deux
collections

T8
Situation de
retrait

T10
Repérage d'une
position

T11
Placement (ordinal)

IC=IM

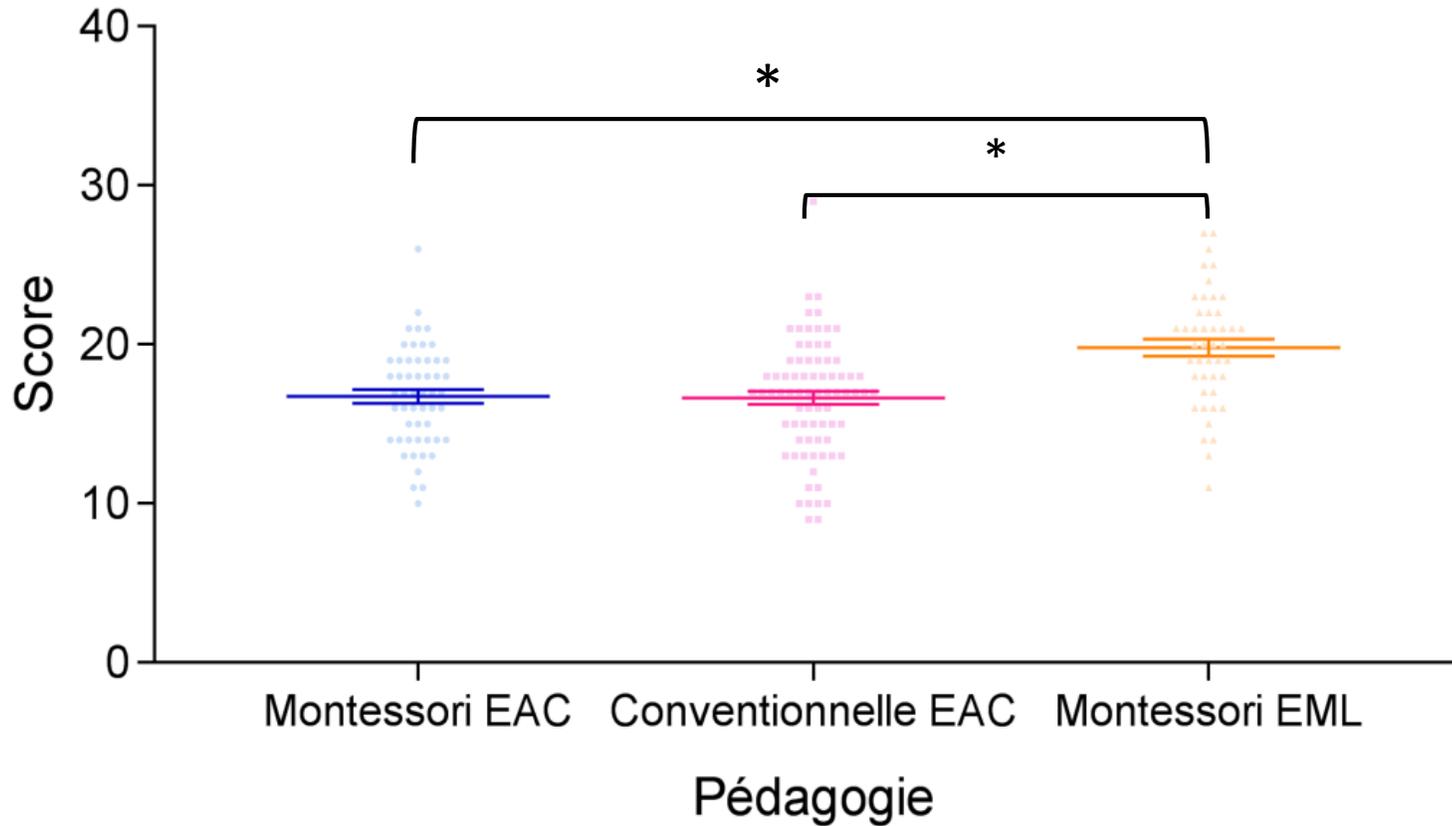
T1
Comptine
numérique

T2
Dénombrement
d'une collection

T3
Constitution
d'une collection
d'objets

Notre étude – Résultats

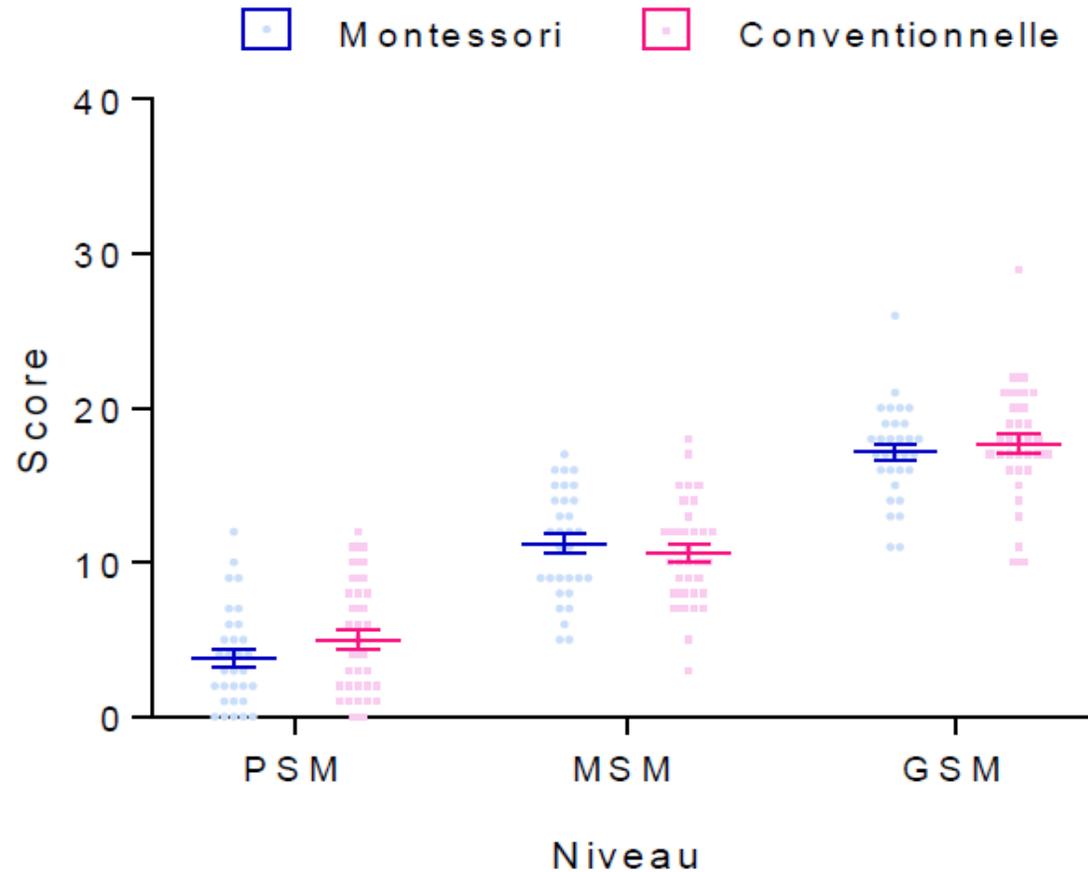
Problèmes mathématiques appliqués



Étude transversale

Notre étude – Résultats

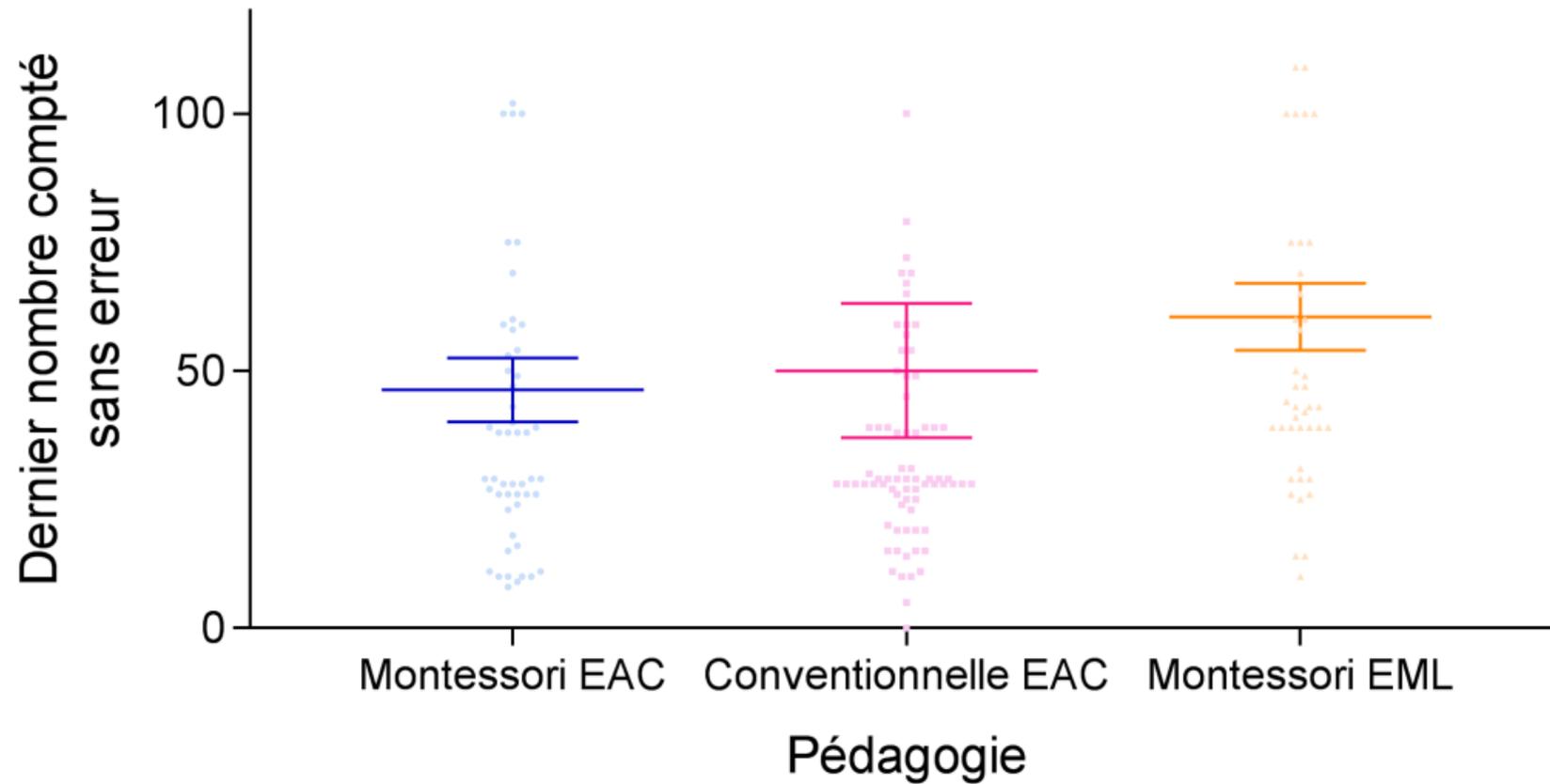
Problèmes mathématiques appliqués



Étude longitudinale

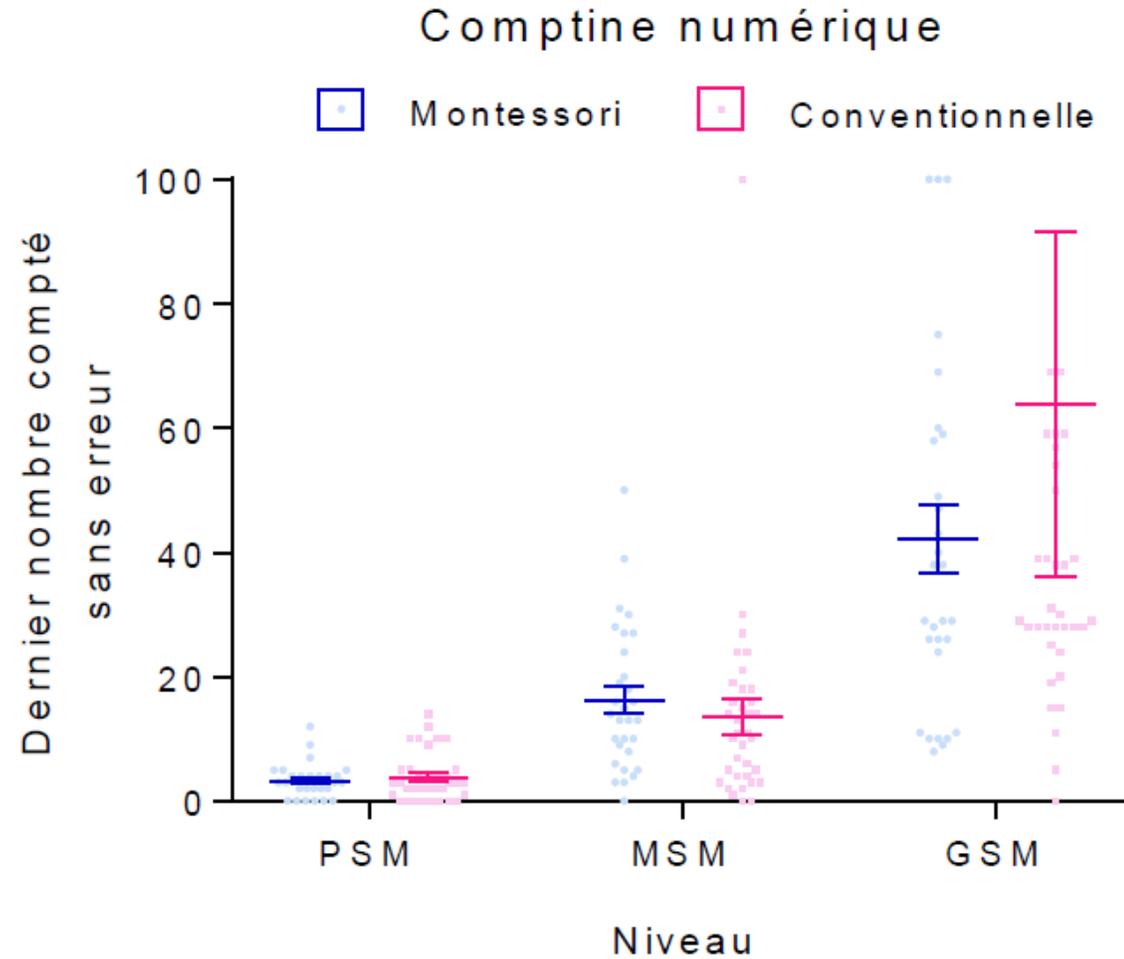
Notre étude – Résultats

Comptine numérique



Étude transversale

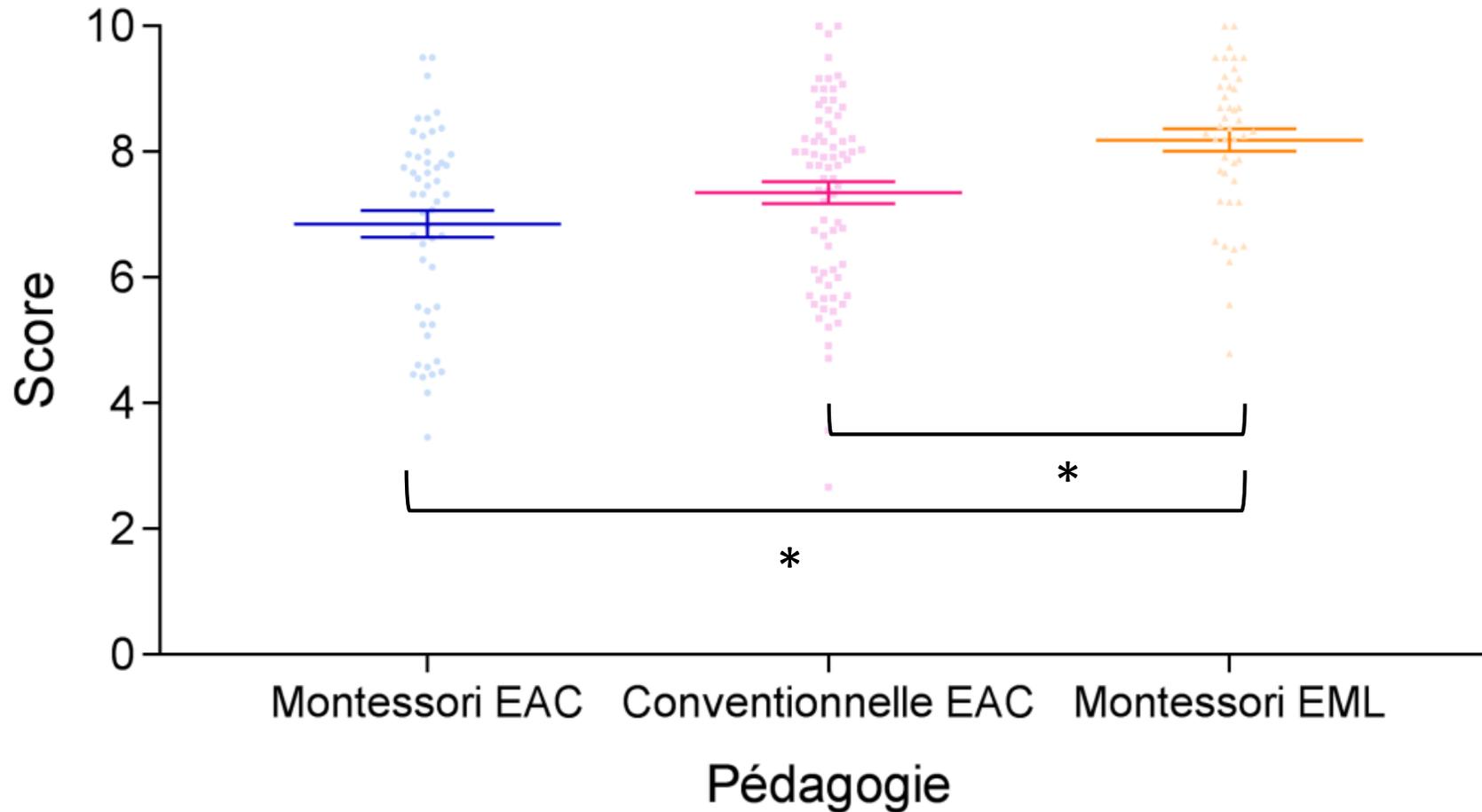
Notre étude – Résultats



Étude longitudinale

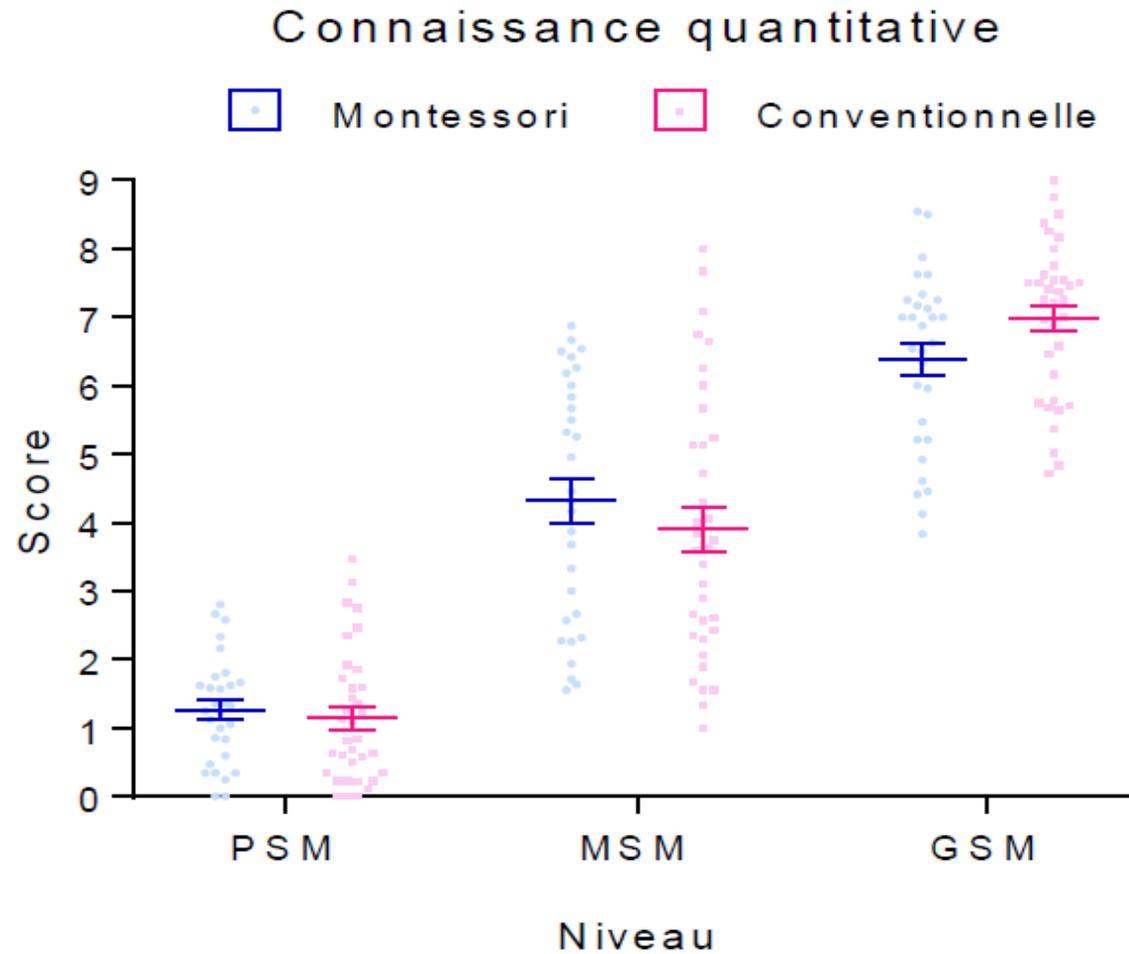
Notre étude – Résultats

Connaissance quantitative



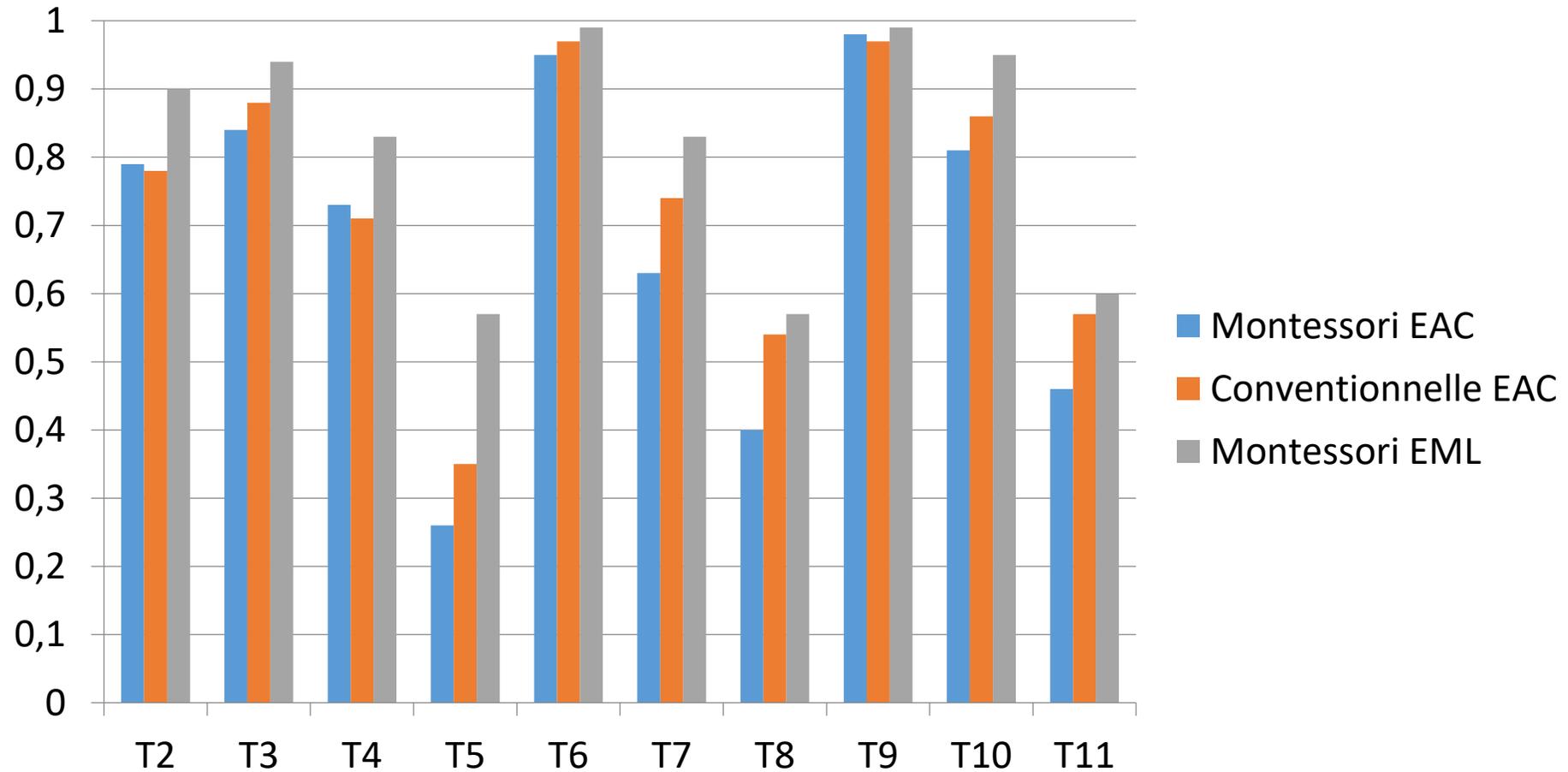
Étude transversale

Notre étude – Résultats

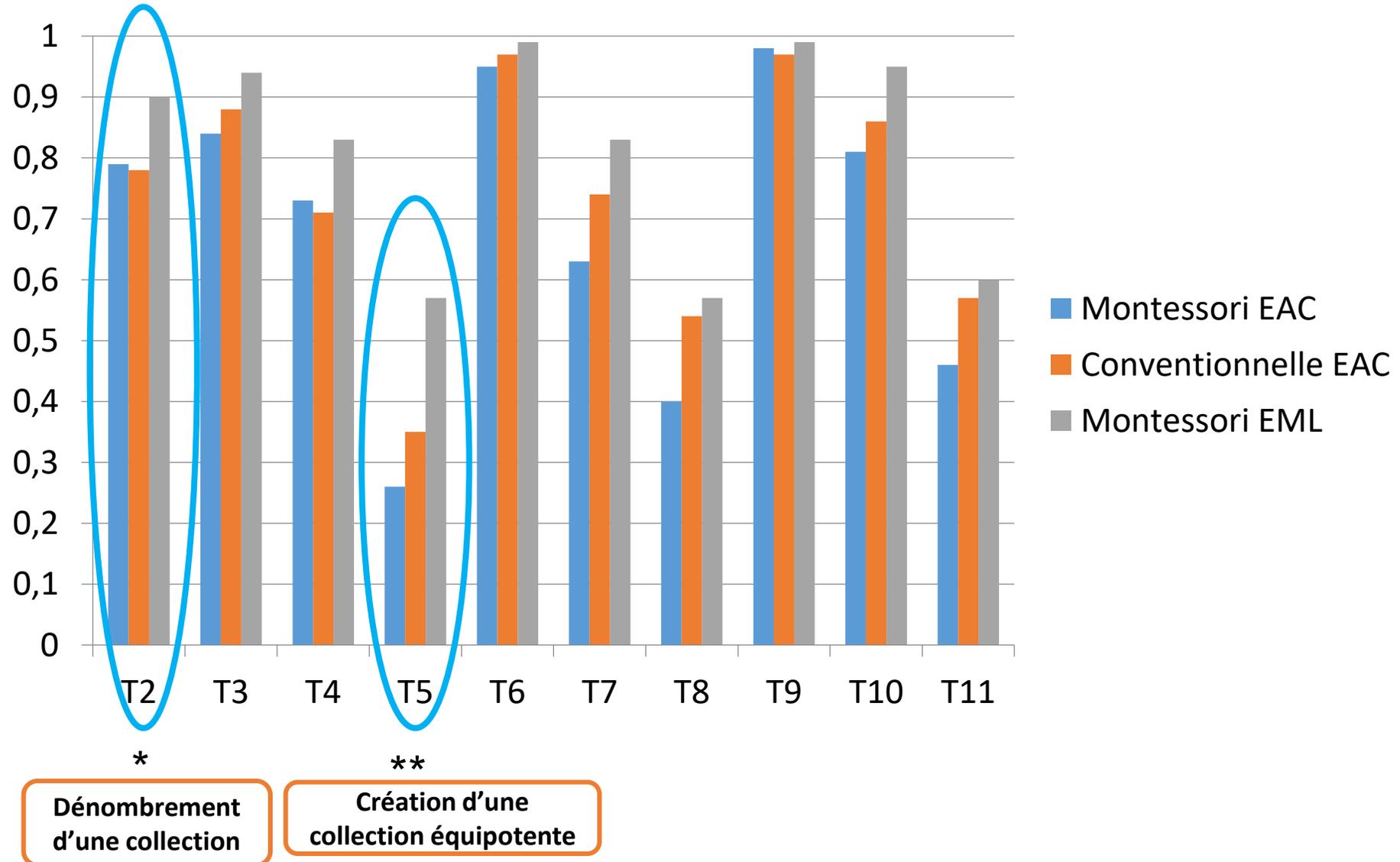


Étude longitudinale

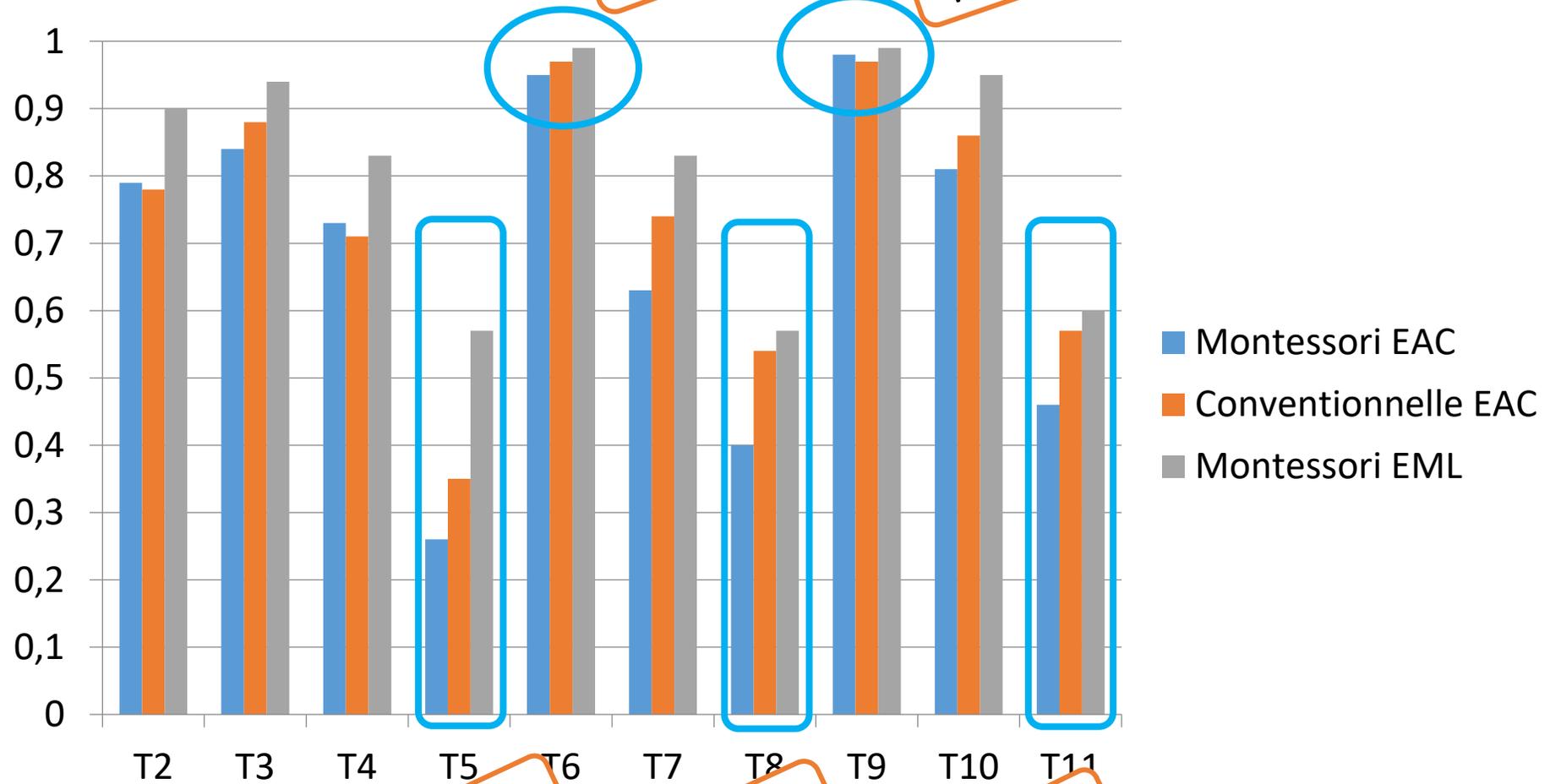
Notre étude – Zoom sur l'étude transversale



Notre étude – Zoom sur l'étude transversale



Notre étude – Zoom sur l'étude transversale



Création d'une collection équipotente

Situation de décomposition

Placement ordinal

Notre étude – Zoom sur l'étude transversale

IC=IM

T1
Comptine
numérique

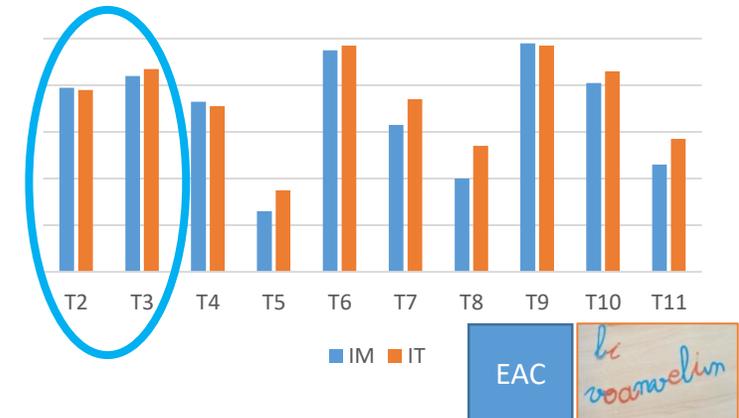
T2
Dénombrement
d'une collection

T3
Constitution d'une
collection d'objets

Hypothèse confirmée

IC et IM travaillent autant
ces tâches

et ils réussissent aussi bien.



Notre étude – Zoom sur l'étude transversale

IC

T4
Evolution d'une
collection

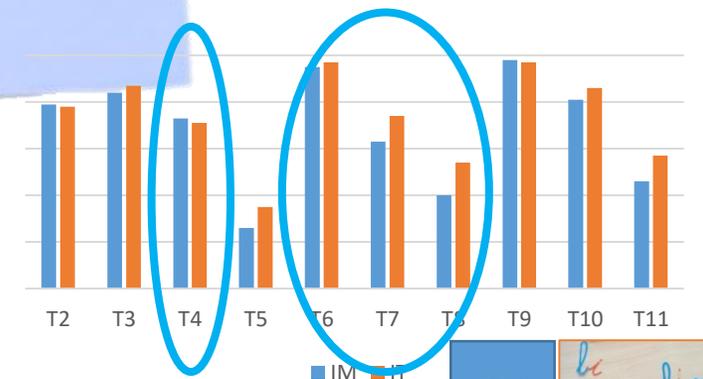
T6
Comparaison de
deux collections

T7
Réunion de
deux collections

T8
Situation de
décomposition

Hypothèses non confirmées

IC travaille plus
(proportionnellement) sur ces
tâches que IM mais ils
réussissent autant.

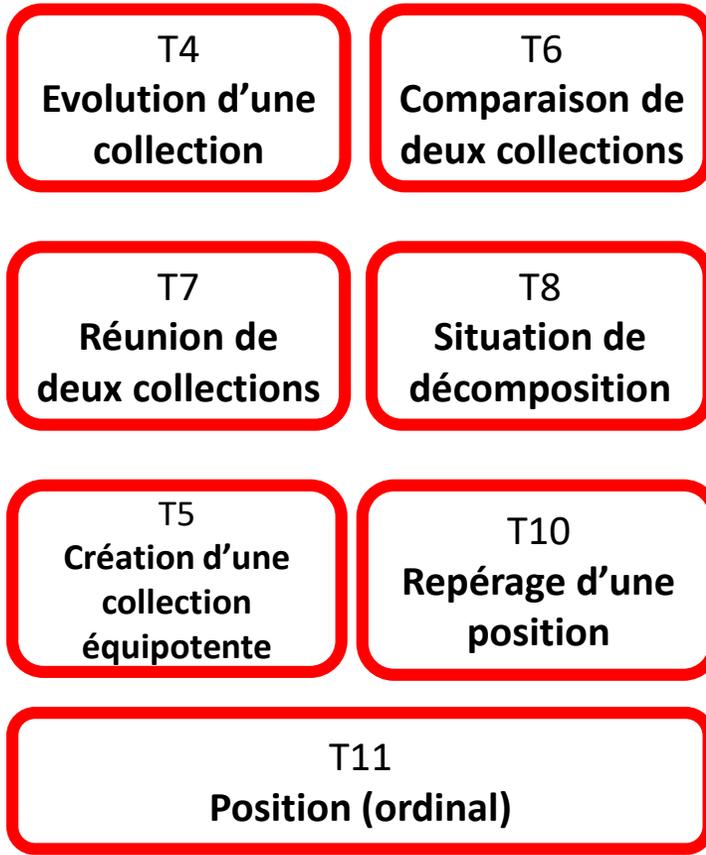


EAC

be
voamelin

Notre étude – Zoom sur l'étude transversale

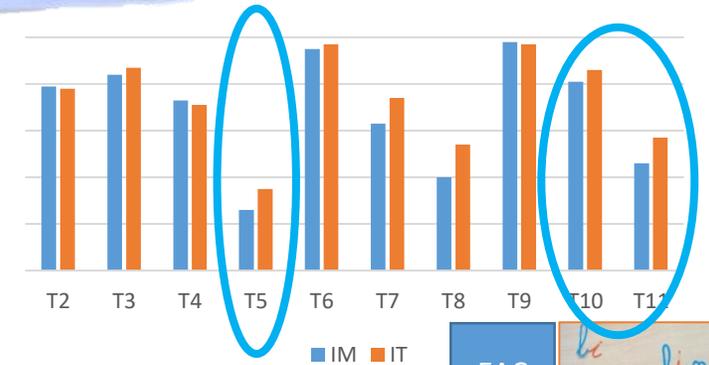
IC



Hypothèses non confirmées

IC travaille plus (proportionnellement) sur ces tâches que IM mais ils réussissent autant.

IM ne travaille pas sur ces tâches et ils réussissent autant que IC.



EAC

le
voamelin

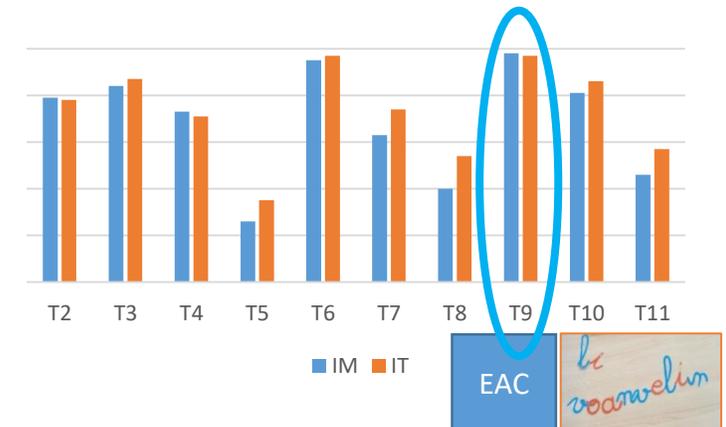
Notre étude – Zoom sur l'étude transversale

IM

T9
Reconnaissance de
l'écriture chiffrée

Hypothèse non confirmée

IM travaille plus
(proportionnellement) sur
cette tâche que IC et ils ne
réussissent pas mieux que IC



Hypothèses de recherche

IM

IC

IC=IM

T9
Reconnaissance de
l'écriture chiffrée

WJ
applied problems

T4
Evolution d'une
collection

T6
Comparaison de
deux collections

T8
Situation de
retrait

T5
Création d'une
collection
équipotente

T7
Réunion de deux
collections

T10
Repérage d'une
position

T11
Placement (ordinal)

T1
Comptine
numérique

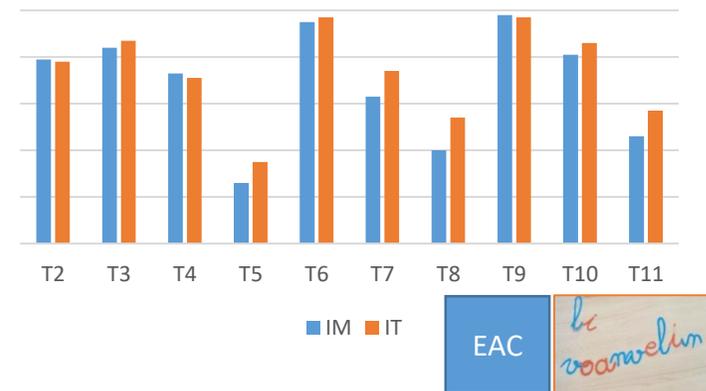
T2
Dénombrement
d'une collection

T3
Constitution
d'une collection
d'objets

Conclusion

- IM et IC réussissent aussi bien sur l'ensemble des compétences mathématiques évaluées.
- IM réussit aussi « bien » que IC sur des tâches peu ou pas travaillées (tâches 5, 10 et 11).
- IM ne réussit pas mieux sur les tâches plus travaillées (tâche 9).

→ Pas d'explication au niveau didactique ?
→ Pas d'impact de l'enseignement ?



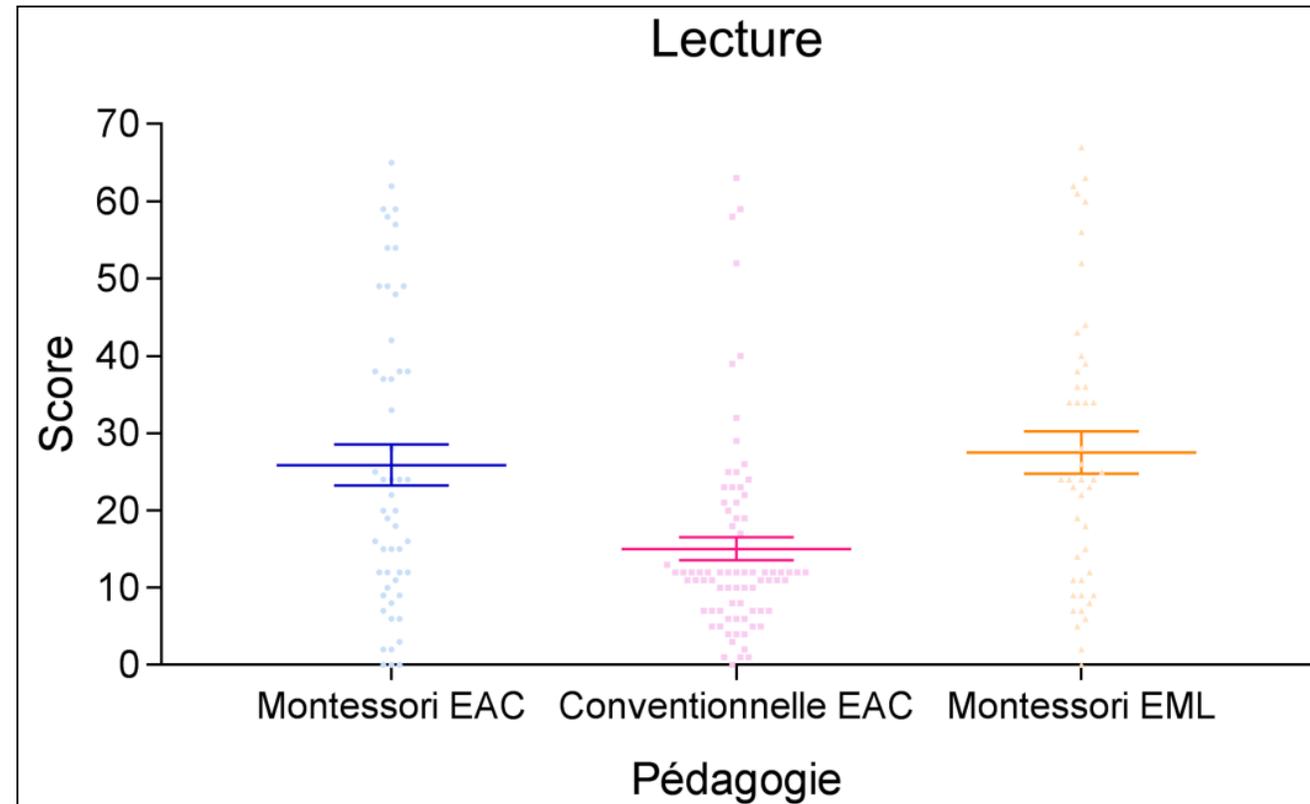
Conclusion

Limites et perspectives

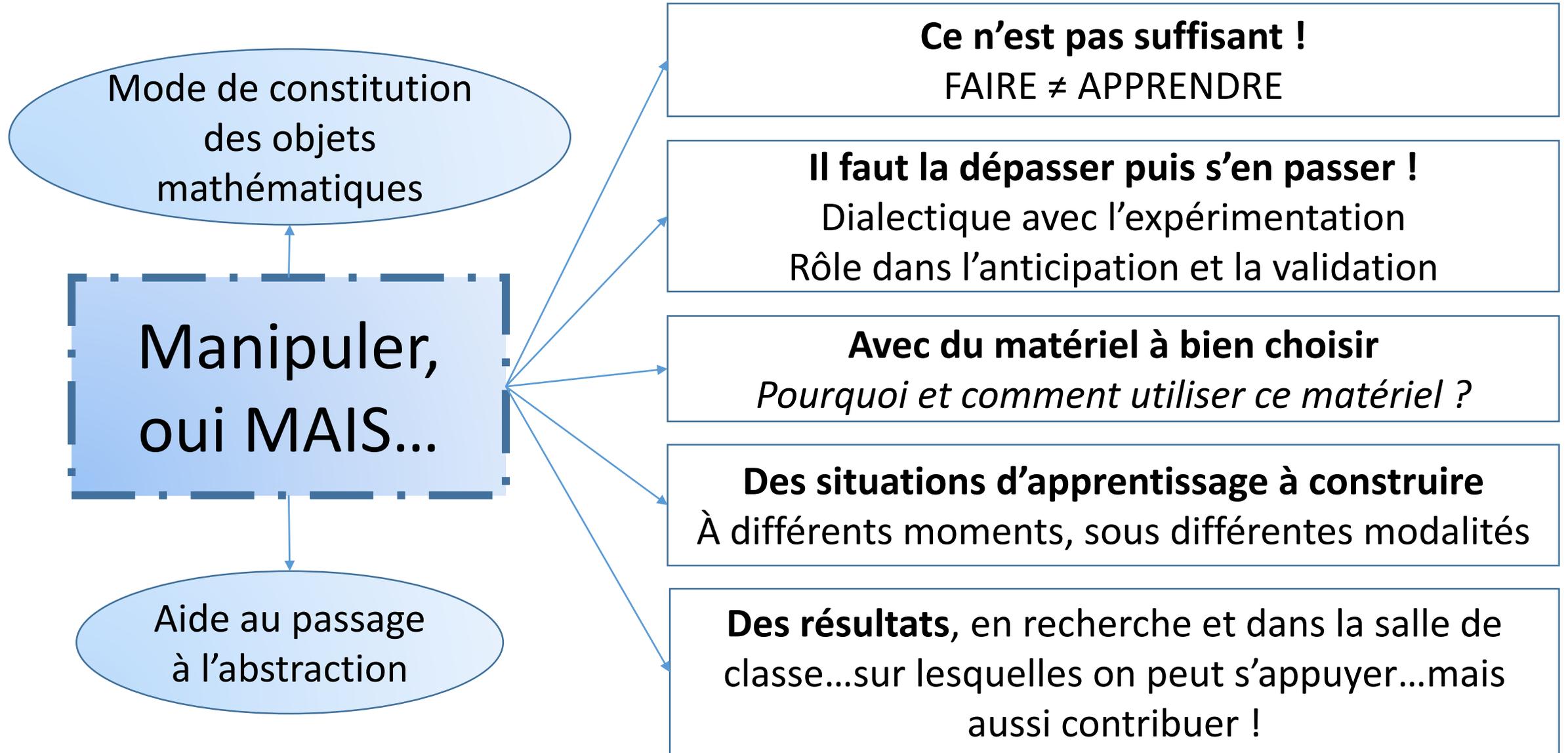
- **Test Jetons** : réussite aux attendus de fin de cycle 1
→ Nécessité d'autres tests pour évaluer des attendus de cycle 2 (en particulier système décimal et calculs)
- **Test WJ** : pas discriminant
→ Nécessité de choisir un autre test pour cette classe d'âge.
Le support n'est pas adapté pour évaluer des compétences de cycle 2.
- **Tâches 5 et 11** : des élèves en difficultés
→ Ces tâches sont-elles réellement travaillées dans IC ? Avec quelle réalisation ? Complexité de la consigne ?
→ **Nécessité d'aller observer les pratiques**

Et pour les autres compétences évaluées ?

- Pas de différence entre les groupes dans les domaines des fonctions exécutives et des compétences sociales
- Dans le domaine du langage, pas de différence en vocabulaire, phonologie et compréhension pragmatique
- Les élèves en classes Montessori progressent davantage en lecture et ont un bien meilleur score en fin de GSM.
- Aussi, avec le questionnaire d'attitude envers l'école, on se rend compte que les élèves Montessori ont conscience qu'ils ont de bonnes compétences en lecture.



Conclusion – Que retenir ?



Montceau-les-Mines – 5 février 2020

merci

Marie-Line Gardes

Marie-line.gardes@univ-lyon1.fr

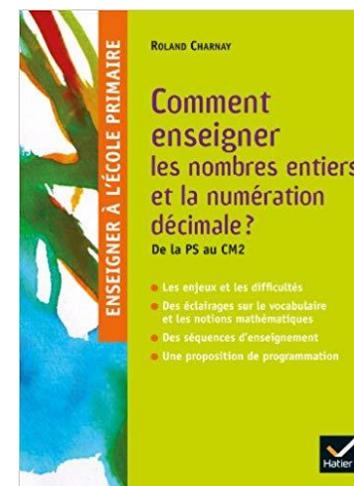
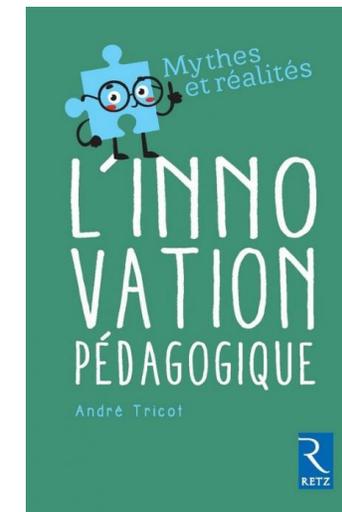
Centre de Recherche en Neurosciences de Lyon

Université de Lyon, CNRS, Inserm



Références - Livres

- ERMEL (2005). *Apprentissages numériques et résolution de problème GS*. Hatier.
- Charnay, R. (2013). *Comment enseigner les nombres entiers et la numération décimale ? De la PS au CM2*. Hatier.
- Dias, T. (2012). *Manipuler et expérimenter en mathématiques*. Magnard.
- Fayol, M. (2012). *L'acquisition du nombre*. Paris: PUF.
- Tricot, A. (2017). *L'innovation pédagogique*. Retz.
- Valentin, D. (2015). *Découvrir les mathématiques PS*. Hatier.



Références - *Articles*

- Vidéo P.Eysseric : *La manipulation en maths, oui ou non - Vous en pensez quoi ?*

<http://www.cahiers-pedagogiques.com/La-manipulation-en-maths-oui-ou-non-Vous-en-pensez-quoi>

- Eysseric, P. (2014). Mettre au centre la résolution de problèmes. *Cahiers pédagogiques*, 517, 48-50.

Pour la situation fondamentale du nombre cardinal présentée (garage-voitures)

- Briand, J., Salin, M.-H. & Loubet, M. (2004). *Apprentissage mathématiques en maternelle : Situations et analyses*. CD Rom. Hatier.

Recherches sur la reconnaissance haptique des lettres

- Bara, F., Gentaz, É., & Colé, P. (2004). Les effets des entraînements phonologiques et multisensoriels destinés à favoriser l'apprentissage de la lecture chez les jeunes enfants. *Enfance*, 56(4), 387-403.
- Bara, F., Lannuzel, C., Pronost, C., & Calvarin, D. (2012). Utiliser son corps pour apprendre à reconnaître et à tracer les lettres en grande section de maternelle. *ANAE-Approche Neuropsychologique des Apprentissages Chez L'enfant*, 20.

Situation fondamentale du nombre ordinal présentée (train des lapins)

- COPIRELEM (2015). *Mallette maternelle. La construction du nombre*. Ressources et formation. Paris : ARPEME. En téléchargement sur www.arpeme.fr
- Cariat, A., & Margolinas, C. (2014). Le nombre comme mémoire de la position. Article disponible sur HAL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01221895/document>

Références - *Articles*

Recherches sur la reconnaissance haptique des formes

- Gentaz, E. (2013). Comment aider les enfants de 5-6 ans à connaître les figures géométriques planes ? Un point de vue des sciences cognitives de l'éducation. *Acte du XLème colloque COPIRELEM – Nantes*, 81-86.
- Pinet, L., & Gentaz, É. (2007). La reconnaissance des figures géométriques planes par les enfants de 5 ans. *Grand N*, 80, 17-28.
- Vendeira, C. & Coutat, S. (2017). "C'est une montagne ou une trompette ?" Entre perception globale et caractéristiques des formes aux cycles 1 et 2. *Grand N*, 100, 79-103.

Séquence autour du cercle

- Robotti, E. (2018). Geometry in Kindergarten: first steps towards the definition of circumference. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.). *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 43-50). Umeå, Sweden: PME.

Sur les recherches en sciences cognitives

- Bailly, F., & Longo, G. (2003). Espace, temps et cognition. *Revue de synthèse*, 124(1), 61-118.
- Laski, E. V., Jor'dan, J. R., Daoust, C., & Murray, A. K. (2015). What makes mathematics manipulatives effective? Lessons from cognitive science and Montessori education. *SAGE Open*, 5(2), 2158244015589588.

Références – *Sur Montessori*

Sur l'étude présentée :

- Courtier, P. (2019). L'impact de la pédagogie Montessori sur le développement cognitif, social et académique des enfants en maternelle. *Thèse de doctorat*, Université de Lyon.
- Croset, M.-C., & Gardes, M.-L. (2019). Une comparaison praxéologique pour interroger l'enseignement du nombre dans l'institution Montessori. *Recherches en didactique des mathématiques*.
- Gardes, M.-L., & Courtier, P. (2018). Quelle manipulation, représentation et communication dans les ateliers Montessori de première numération ? *Grand N*, (101), 83-105.

D'autres références :

- Ansari, A., & Winsler, A. (2014). Montessori public school pre-K programs and the school readiness of low-income Black and Latino children. *Journal of Educational Psychology*, 106(4), 1066.
- Dohrmann, K. R., Nishida, T. K., Gartner, A., Lipsky, D. K., & Grimm, K. J. (2007). High school outcomes for students in a public Montessori program. *Journal of research in childhood education*, 22(2), 205–217.
- Lillard, A., & Else-Quest, N. (2006). The early years : Evaluating Montessori Education. *Science*, 313(5795), 1893-1894. <https://doi.org/10.1126/science.1132362>
- Lopata, C., Wallace, N. V., & Finn, K. V. (2005). Comparison of academic achievement between Montessori and traditional education programs. *Journal of research in childhood education*, 20(1), 5–13.
- Marshall, C. (2017). Montessori education : A review of the evidence base. *npj Science of Learning*, 2(1), 11.

Références - *Articles de recherche* – *Pour aller plus loin*

- Alibali, M. W., & Nathan, M. J. (2007). Teachers' gestures as a means of scaffolding students' understanding: Evidence from an early algebra lesson. *Video research in the learning sciences*, 349-365.
- Bara, F., & Tricot, A. (2016). Le rôle du corps dans les apprentissages symboliques: apports des théories de la cognition incarnée et de la charge cognitive. *Recherches sur la philosophie et le langage*.
- Bara, F., & Gentaz, E. (2011). Haptics in teaching handwriting: The role of perceptual and visuo-motor skills. *Human movement science*, 30(4), 745-759.
- Bara, F., Gentaz, E., & Colé, P. (2007). Haptics in learning to read with children from low socio-economic status families. *British Journal of Developmental Psychology*, 25(4), 643-663.
- Bara, F., Gentaz, E., Colé, P., & Sprenger-Charolles, L. (2004). The visuo-haptic and haptic exploration of letters increases the kindergarten-children's understanding of the alphabetic principle. *Cognitive development*, 19(3), 433-449.
- Carbonneau, K. J., Marley, S. C., & Selig, J. P. (2013). A meta-analysis of the efficacy of teaching mathematics with concrete manipulatives. *Journal of Educational Psychology*, 105(2), 380.
- Gallese, V., & Lakoff, G. (2005). The brain's concepts: The role of the sensory-motor system in conceptual knowledge. *Cognitive neuropsychology*, 22(3-4), 455-479.

Références - *Articles de recherche* – *Pour aller plus loin*

- Gick, M. L., & Holyoak, K. J. (1983). Schema induction and analogical transfer. *Cognitive psychology*, 15(1), 1-38.
- Kirschner, P. A., Sweller, J., & Clark, R. E. (2006). Why minimal guidance during instruction does not work: An analysis of the failure of constructivist, discovery, problem-based, experiential, and inquiry-based teaching. *Educational psychologist*, 41(2), 75-86.
- Martin, T. (2009). A theory of physically distributed learning: How external environments and internal states interact in mathematics learning. *Child Development Perspectives*, 3, 140-144.
- McNeil, N. M., Uttal, D. H., Jarvin, L., & Sternberg, R. J. (2009). Should you show me the money? Concrete objects both hurt and help performance on mathematics problems. *Learning and instruction*, 19(2), 171-184.
- Nemirovsky, R. (2003). Three Conjectures Concerning the Relationship between body activity and Understanding Mathematics. *Proceedings of PME 27, Hawaii (US), Vol. 4*, pp.113-120
- Richland, J. B. (2008). Arguing with tradition: The language of law in Hopi tribal court. *Chicago: Univ. Chicago Press Crossref Google Scholar Article Locations: Article Location Article Location Article Location More AR articles citing this reference Politics of Translation Susan Gal Department of Anthropology, University of Chicago, Chicago, Illinois, 60637*, 225-240.
- Siegler, R. S., & Ramani, G. B. (2009). Playing linear number board games—but not circular ones—improves low-income preschoolers' numerical understanding. *Journal of educational psychology*, 101(3), 545.
- Singer, M. A., & Goldin-Meadow, S. (2005). Children learn when their teacher's gestures and speech differ. *Psychological Science*, 16, 85-89.
- Son, J. Y., Smith, L. B., & Goldstone, R. L. (2011). Connecting instances to promote children's relational reasoning. *Journal of Experimental Child Psychology*, 108(2), 260-277.