

**Pour quoi et comment  
apprendre aux élèves  
à modéliser ?**



**Quelles sont les types  
d'erreurs rencontrées ?**

**=> surtout deux :    MODELISER            CALCULER**

**=> MODELISER et CALCULER sont des compétences qui correspondent à celles nécessaires pour réussir une résolution de problèmes.**

**Quelle compétence (modéliser / calculer) est la plus complexe à enseigner ?**

## La résolution de problèmes à l'école élémentaire

**« Modéliser » et « calculer » sont deux compétences fondamentales pour la résolution de problèmes à l'école élémentaire [...]**

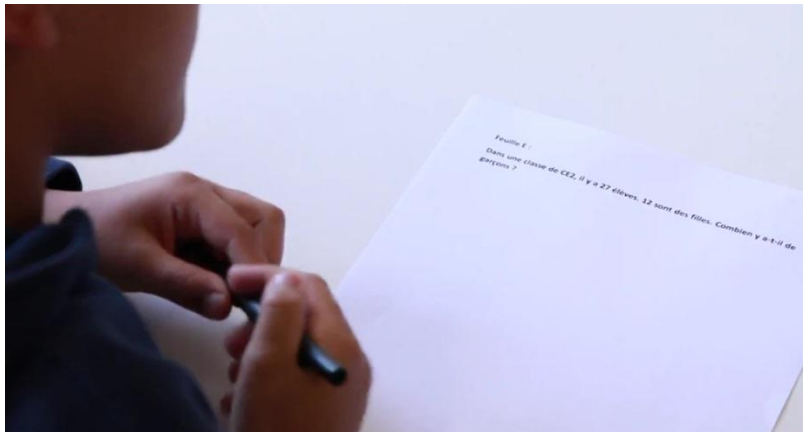
**Difficultés à « modéliser » :** l'élève n'arrive pas à faire le lien entre le problème posé et le modèle mathématique dont il relève,

- il ne comprend pas le sens de l'énoncé ou
- il ne propose pas de solution ou encore la solution proposée ne s'appuie pas sur les opérations attendues.

**- Difficultés à « calculer » :** les calculs effectués, mentalement ou en les posant, sont erronés, la ou les erreurs pouvant être dues à une méconnaissance de faits numériques ou à une maîtrise imparfaite des algorithmes utilisés.

# Quel type d'erreur (la compétence défaillante dans des productions d'élèves) ?

2 exemples dans la note de service (BO spécial avril 2018)



Lise a 10 €. Le magazine qu'elle aime coûte 3,49 €. Un stylo coûte 1,29 €. Combien lui manque-t-il pour acheter deux magazines et trois stylos ?

$$\begin{array}{r} 1,29 \\ \times 3 \\ \hline 3,87 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3,49 \\ \times 2 \\ \hline 6,98 \end{array} \quad \text{Je cherche le nombre de argent qui lui manque}$$

$$\begin{array}{r} 6,98 \\ + 3,87 \\ \hline 10,85 \end{array}$$

Il lui manque 85 centimes.

Lise a 10 €. Le magazine qu'elle aime coûte 3,49 €. Un stylo coûte 1,29 €. Combien lui manque-t-il pour acheter deux magazines et trois stylos ?

Il lui manque 10,47 €

$$\begin{array}{r} 3,49 \\ \times 3 \\ \hline 10,47 \end{array}$$



# Observation de quelques productions d'élèves.

## Evaluations début CE1

En classe, il y a 21 chaises rouges et 7 chaises bleues. Combien y a-t-il de chaises en tout ?

$21 + 7 = 27$  chaises

(27) 28 21 7 14 29

Une erreur de calcul

## Un problème dans une classe de CE1CE2

Dans le Jura, un pépiniériste cultive des sapins pour Noël : il en a coupé 180 pour les fêtes et il en a vendu 145.

Combien lui reste-t-il de sapins non vendus ?

$$\begin{array}{r} 180 \\ +145 \\ \hline 335 \end{array}$$

il reste 335 sapins non vendus

Une erreur de modélisation.

**Quels outils, quelles pratiques  
pour favoriser l'accès à la  
modélisation, pour tous les  
élèves ?**

# 1. Faire identifier des catégories aux élèves ?

## La résolution de problèmes à l'école élémentaire

**L'objectif n'est pas d'établir un catalogue détaillé de typologies de problèmes pouvant exister, dont l'usage serait inopérant pour les élèves, mais au contraire de réunir les problèmes dans des catégories aussi large que possible en faisant des analogies.**



# problèmes basiques

## Typologies de catégories pour l'enseignant

- Pour établir des progressions (dosage / progressivité)
- Pour comprendre des difficultés / réussites



## Catégories pour les élèves

- Pour comprendre le sens des opérations, modéliser (addition / soustraction – multiplication / division)



### Problèmes de composition :

- Recherche du tout
- Recherche d'une partie

*2 catégories dans le champ additif*

### Problèmes de transformation :

- Recherche de l'état final
- Recherche de l'état initial
- Recherche de la transformation

*6 catégories dans le champ additif*

### Problèmes de parties / tout :

- Recherche du tout
- Recherche d'une partie

*2 catégories dans le champ additif*

### Problèmes de comparaison :

- Recherche de l'écart / comparaison
- Recherche de l'un des deux états  
(le plus petit / le plus grand)

*3 catégories dans le champ additif*

## 2. Le recodage sémantique , un levier pour modéliser ?

**C'est une pratique :**

**Pour dépasser la sémantique de « l'histoire » du problème et le comprendre en identifiant « le modèle » de problème.**

**Pour accompagner l'installation de schémas.**

**Pour permettre l'accès à une abstraction.**

Marie fait ses courses au supermarché ; à la caisse, elle paie 148 euros. Il lui reste 76 euros dans son porte-monnaie. Combien avait-elle dans son porte-monnaie en rentrant au supermarché ?

Le tout, c'est..... on le connait / on le cherche ?

Le nombre de ..... et le nombre de ..... ce sont les parties. On les connait ?

## Le recodage

**Le tout, c'est l'argent qu'elle a dans son porte-monnaie en arrivant au super marché (le plus grand nombre).**

**On le cherche.**

**L'argent qu'elle a donné et l'argent qu'il lui reste après son achat, ce sont les parties. On les connait 76 et 148.**

**En ajoutant les deux parties, on trouve le tout :  $76 + 148 = 224$**

Samira avait une collection de 78 timbres. Son papy lui en a offert pour son anniversaire. Maintenant elle a 125 timbres.  
Combien le papy de Samira lui a offert de timbres ?

Le tout, c'est..... on le connait / on le cherche ?

Le nombre de ..... et le nombre de ..... ce sont les parties. On les connait ?

**On connaît le tout** : la quantité totale de timbres, c'est **125**.

Il y a la **partie de timbres qu'elle avait avant l'anniversaire**, on la connaît : **78**

**On cherche l'autre partie** : la **quantité de timbres que son papy lui a offerte**.

On fait une addition à trou / une soustraction.

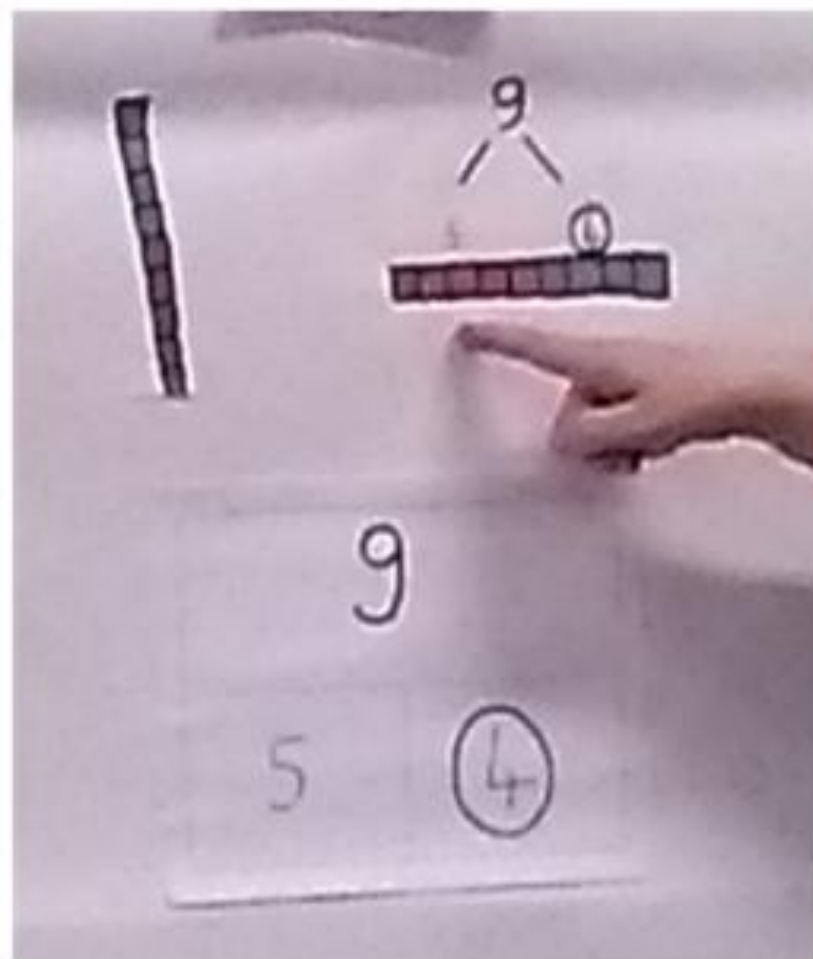
$$78 + \textcircled{47} = 125$$

$$125 - 78 = \textcircled{47}$$

Un exemple - Un problème dans une classe de CP

Léa a fabriqué une tour avec des cubes rouges et des cubes bleus. Il y a 5 cubes rouges. La tour finie a 9 cubes.

Combien y a-t-il de cubes bleus dans la tour ?



### **3 - Représenter, un levier pour modéliser ?**

#### **Quelles représentations ?**

- Quels objets manipuler pour représenter ?
- Quel degré d'abstraction dans des productions d'élèves de cycle 2 ?



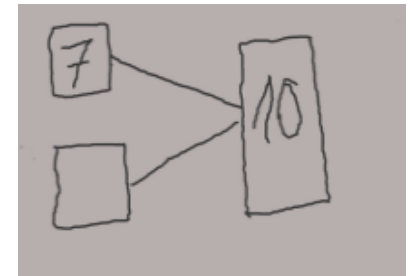
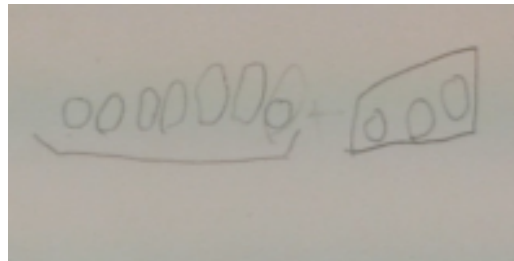
Ordonner des représentations d'élèves et des objets manipulés en allant du moins abstrait au plus abstrait(symbolique).

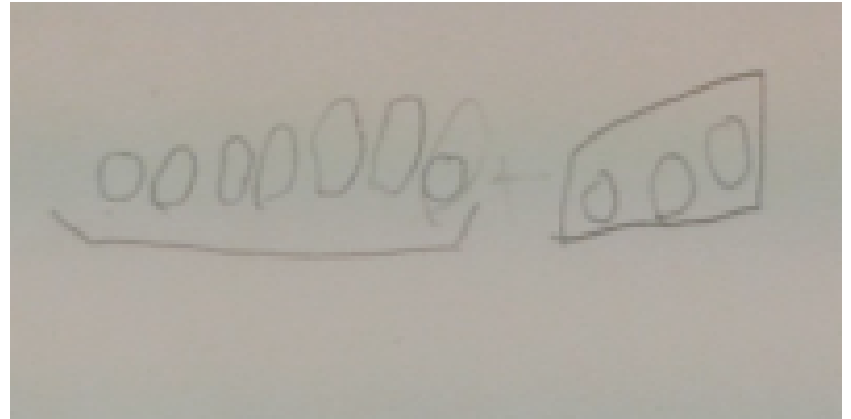
*Inès a 10 peluches. 7 sont sur le lit, les autres sont rangées dans le coffre à jouets. Combien de peluches sont dans le coffre ?*

représentations  
« écrites »

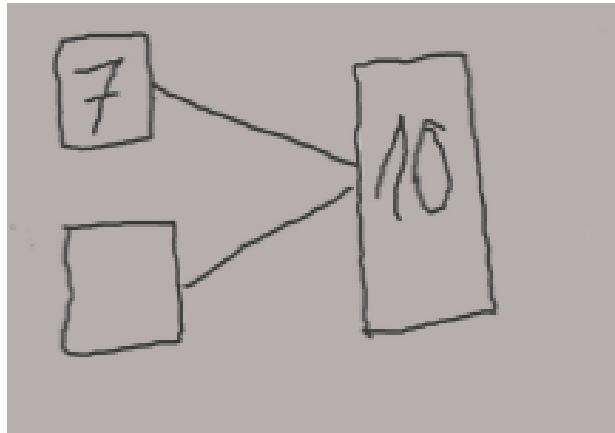


$$7 + . = 10$$





$$7 + \cdot = 10$$



Quel matériel pourrait-on proposer avant ?



## 4. Les schémas : un levier pour modéliser ?

→ pour quoi ? pour qui ? enseignés, imposés ?

→ lesquels ; certains plus favorisants ?

=> Certains élèves ne produisent pas de schémas (certaines des représentations font apparaître des relations entre des éléments – barrer, flèches...)

=> Un consensus (prescrit, recherches, témoignages par exemple d'enseignants spécialisés...) : les schémas sont des outils qui aident les élèves, (dont les élèves en difficulté), à modéliser.

=> Ca s'enseigne :

- quel que soit le niveau d'abstraction auquel ils en sont dans leurs représentations « spontanées ».
- dans la perspective de les voir comme des outils et non comme une finalité.

**Une phrase des attendus de fin de CE1 et CE2 :**

*Il modélise ces problèmes à l'aide de schémas ou d'écritures mathématiques.*



## LA RÉOLUTION DU PROBLÈME

- Faire des schémas pour aider à la résolution

22/44

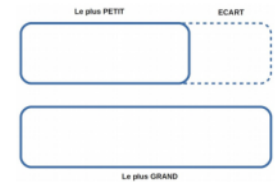
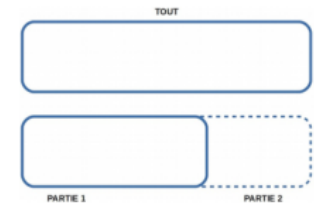
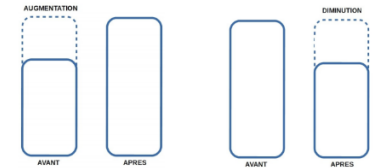
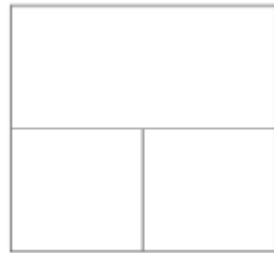
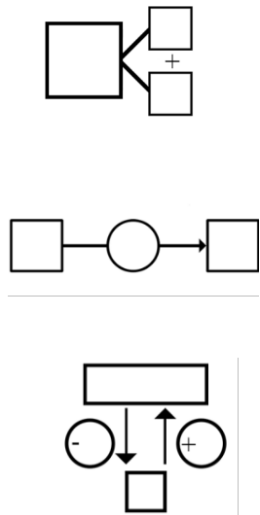
# **Les schémas.**

- Quels schémas ?**
- Certains sont-ils plus favorisants ?**



par groupe

## Des schémas qu'on trouve dans différentes « méthodes » ou approches :



- Vergnaud  
- Argenteuil  
(Gueguen)

- ACE :  
Arithmétique  
à l'école

Modèles dits « en barres »  
- pays anglo saxons, Singapour  
- BO

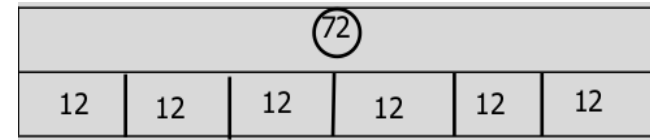
- M@ths en vie

=> Les utiliser (placer les nombres, écrire le nombre trouvé) pour des problèmes.

## Et pour les problèmes multiplicatifs ...

Dans le train qui part de Mâcon, il y a 6 wagons.  
Il y a 12 passagers dans chaque wagon.

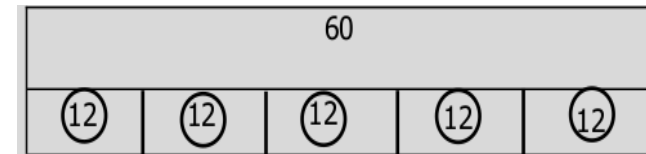
**Combien y a-t-il de passagers dans le train ?**



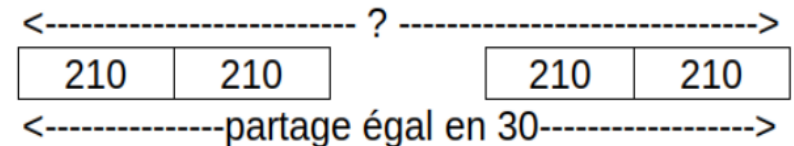
ACE

Il y a 60 passagers qui montent dans le train à Mâcon. Ils se répartissent équitablement dans 5 wagons.

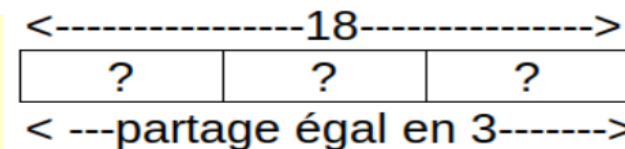
**Combien y a-t-il de passagers dans chaque wagon ?**



Lucie a fabriqué 30 colliers avec 210 perles chacun. **Combien Lucie a-t-elle utilisé de perles ?**



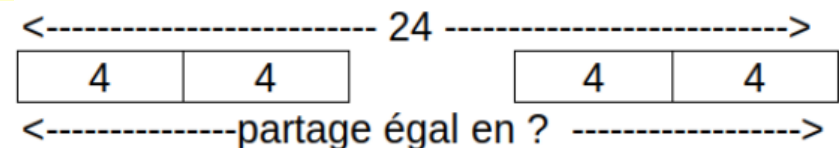
3 enfants se partagent 18 images  
**Combien d'images aura chaque enfant ?**



Modèle  
en

« barres »

Il y a 24 élèves dans la classe. Pour participer à des rencontres sportives, le professeur constitue des équipes de 4 élèves. **Combien y aura-t-il d'équipes ?**



Ce que je retiens pour répondre à la question :

«Quels outils, quelles pratiques pour aider les élèves, et particulièrement ceux ayant des difficultés, à modéliser ? »



- **Pour les élèves** : deux types de catégories (partie/tout et comparaison)

- **Peu de sortes des schémas enseignés**, = en lien avec les deux grandes catégories (sans exclure le recours à d'autres représentations et aux manipulations mais en ayant conscience des intérêts et limites)

- **Recodage**

- **Problèmes de référence**

*analogies*